

مثال‌ها

مثال ۱۰ نتیجه هر کدام از عبارت‌های زیر را بدون علامت قدرمطلق بنویسید.

$$1) |\sqrt{2} - 1|$$

$$2) |2 - \sqrt{5}|$$

$$3) |1 - \sin x|$$

$$4) |1 - \tan x|, \quad 0 \leq x \leq 2\pi$$

$$5) |\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{5}|$$

$$6) |x + 2| - 2$$

$$7) |x + 2| + |x - 2|$$

$$8) |\sqrt[5]{4} - \sqrt[5]{3} - \sqrt[5]{2} + 1|$$

$$9) ||x - 2| + x|$$

مثال ۱۰ اگر x و y معکوس یکدیگر باشند، حاصل $|x|y| + y|x|$ را بدست آورید.

مثال ۱۱ کدام بزرگترند $|x + 2|$ یا $|x - 2|$ ؟

مثال تساوی‌های زیر را ثابت کنید.

$$12) \sqrt{a^2 + 1 + 2\sqrt{a^2}} = 1 - a \quad ; \quad a < 0$$

$$13) \left(\frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|} \right) \left(\frac{a-b}{|a-b|} + \frac{ab}{|ab|} \right) = 0 \quad \text{ مختلف العلامه هستند) } \quad b, a)$$

$$14) \sqrt{x+3+4\sqrt{x-1}} - \sqrt{x+3-4\sqrt{x-1}} = \begin{cases} 2\sqrt{x-1} & ; \quad 1 \leq x \leq 5 \\ 4 & ; \quad x > 5 \end{cases}$$

$$15) \sqrt{1+\sin x} + \sqrt{1-\sin x} = 2 \cos \frac{x}{2} \quad ; \quad 0 < x < \frac{\pi}{2}$$

$$16) \frac{1}{\sqrt{x+2\sqrt{x-1}}} + \frac{1}{\sqrt{x-2\sqrt{x-1}}} = \frac{2}{2-x} \quad ; \quad 1 < x < 2$$

مثال‌ها

$$17) \frac{x\sqrt{\frac{x^4 - 2x^2 + 1}{4x^2} + 1}}{x^2 + 1} = \begin{cases} \frac{1}{2} & ; \quad x > 0 \\ -\frac{1}{2} & ; \quad x < 0 \end{cases}$$

$$18) \sqrt{x^2 - 4\sqrt{x^2} + 4} + \sqrt{x^2 + 4\sqrt{x^2} + 4} = 4 \quad ; \quad -2 < x < 0$$

$$19) \sqrt{a^2 - 4a + 4} + \sqrt{a^2 + 6a + 9} = 2a + 1 \quad ; \quad a \geq 2$$

$$20) |x - 2\sqrt{2}| + |x + 2\sqrt{2}| = 4\sqrt{2} \quad ; \quad x^2 < 8$$

$$21) \left(\sqrt{\frac{1+\sin x}{1-\sin x}} - \sqrt{\frac{1-\sin x}{1+\sin x}} \right) \left(\sqrt{\frac{1+\cos x}{1-\cos x}} - \sqrt{\frac{1-\cos x}{1+\cos x}} \right) = \begin{cases} 4 & ; \quad x \in \left(2k\pi, 2k\pi + \frac{\pi}{2} \right) \cup \left(2k\pi + \pi, 2k\pi + \frac{3\pi}{2} \right) \\ -4 & ; \quad x \in \left(2k\pi + \frac{\pi}{2}, 2k\pi + \pi \right) \cup \left(2k\pi + \frac{3\pi}{2}, 2k\pi + 2\pi \right) \end{cases}$$

$$22) \sqrt{8m + 2\sqrt{16m^2 - n^2}} - \sqrt{8m - 2\sqrt{16m^2 - n^2}} = \begin{cases} 2\sqrt{4m + n} & ; \quad -4m \leq n \leq 0 \\ 2\sqrt{4m - n} & ; \quad 0 \leq n \leq 4m \end{cases}$$

$$23) \sqrt{2 + \sqrt{2 + 2\cos 4x}} = \begin{cases} 2\cos x & ; \quad \frac{-\pi}{4} \leq x < \frac{\pi}{4} \\ 2\sin x & ; \quad \frac{\pi}{4} \leq x < \frac{3\pi}{4} \\ -2\cos x & ; \quad \frac{3\pi}{4} \leq x < \frac{5\pi}{4} \\ -2\sin x & ; \quad \frac{5\pi}{4} \leq x < \frac{7\pi}{4} \end{cases} ; \quad \left(\frac{-\pi}{4} \leq x < \frac{7\pi}{4} \right)$$

$$24) \sqrt{\sin^2 x (1 + \cot gx) + \cos^2 x (1 + \tan x)} = |\sin x + \cos x|$$

$$25) \sqrt{(x-5)^6(x-3)^3} = \begin{cases} -(x-5)^3(x-3)\sqrt{x-3} & ; \quad x \leq 5 \\ (x-5)^3(x-3)\sqrt{x-3} & ; \quad x > 5 \end{cases}$$

مثال‌ها

$$26) \left(\frac{a-b}{\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}} + \sqrt[3]{ab} \right)^{\frac{1}{2}} - \frac{a+b}{\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}} = \begin{cases} 0 & ; \quad a+b \geq 0 \\ -2(\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}) & ; \quad a+b < 0 \end{cases}$$

$$27) \frac{\sqrt{x^2 + 4x + 4} - \sqrt{x^2 - 4x + 4}}{\sqrt{x^2 + 4x + 4} + \sqrt{x^2 - 4x + 4}} = \begin{cases} \frac{2}{x} & ; \quad x \leq -2 \text{ و } x \geq 2 \\ \frac{x}{2} & ; \quad -2 < x < 2 \end{cases}$$

$$28) \sqrt{a^2 + a\sqrt{a} - \frac{13}{12}a - \frac{2}{3}\sqrt{a} + \frac{4}{9}} = \begin{cases} a + \frac{1}{2}\sqrt{a} - \frac{2}{3} & ; \quad a > \frac{19 - \sqrt{105}}{24} \\ \frac{2}{3} - a - \frac{1}{2}\sqrt{a} & ; \quad 0 \leq a \leq \frac{19 - \sqrt{105}}{24} \end{cases}$$

مثال 29 به چه شرطی برابری $\sqrt{1 - \sin 2x} = \sin x - \cos x$ درست است؟

مثال 30 با چه شرطی عبارت $\sqrt{x+2+2\sqrt{x+1}} + \sqrt{x+2-2\sqrt{x+1}}$ مستقل از x است؟

مثال 31 به ازاء چه مقدارهایی از x ، عبارت $|x+5| + |x-1| + 2x$ مستقل از x است؟

مثال 32 آیا برابری $\sqrt[3]{x} = \sqrt[6]{x^2}$ همیشه برقرار است؟