

مثال‌ها

مثال 1) بین دو شهر X ، Y دو جاده و بین دو شهر Y ، Z چهار جاده وجود دارد. به چند طریق می‌توان از شهر X (از طریق Y) به شهر Z رفت؟

مثال 2) تعدادی از رشته‌های دو حرفی متشکل از 4 حرف A, G, C, T عبارتند از: $AA, AT, AG, GA, CC, \dots$ تمام رشته‌های دو حرفی که به وسیله A, G, C, T ساخته می‌شوند، را نمایش دهید.

مثال 3) فرض کنید می‌خواهیم تعدادی از رشته‌های سه حرفی متشکل از 4 حرف A, G, C, T عبارتند از: نوشتن همه‌ی حالت‌ها به صورت دستی که شامل دسته‌بندی مناسب تعداد رشته‌های 3 حرفی با 4 حرف باشد، کار ساده‌ای نیست، بنابراین روش مناسب که تعداد حالت‌ها را بدون کم و زیاد به ما ارائه بدهد، بیان کنید.

مثال 4) محسن قصد دارد تعدادی از دوستان خود را در روز عید قربان دعوت کند، او می‌خواهد ناهار را خود آماده کند. برای این کار در نظر دارد یک غذا و یک سالاد درست کند. اگر او طرز تهیه 4 نوع غذا و سه نوع سالاد را بداند به چند روش می‌تواند ناهار را آماده کند؟

مثال 5) سکه‌ای را سه مرتبه پرتاب می‌کنیم، ممکن است در هر مرتبه به رو یا پشت به زمین بیافتد. چند حالت مختلف ممکن است رخ بدهد؟

مثال 6) چند کلمه‌ی دو حرفی با استفاده از حروف a, b, c, d می‌توان ساخت؟

مثال 7) اگر به رو آمدن را با H و به پشت آمدن را با T نشان دهیم، کلیه حالت‌ها را با استفاده از نمودار درختی نشان دهید.

مثال 8) قرار است یک آزمون 3 سوالی برگزار شود، هر سوال یک تست چهار گزینه‌ای است با گزینه‌های الف، ب، ج و د.

الف	ب	ج	د
الف	ب	ج	د
الف	ب	ج	د

اگر قرار باشد در هر سوال یک و تنها یک گزینه علامت زده شود به چند طریق مختلف ممکن است پاسخ نامه پر شود؟

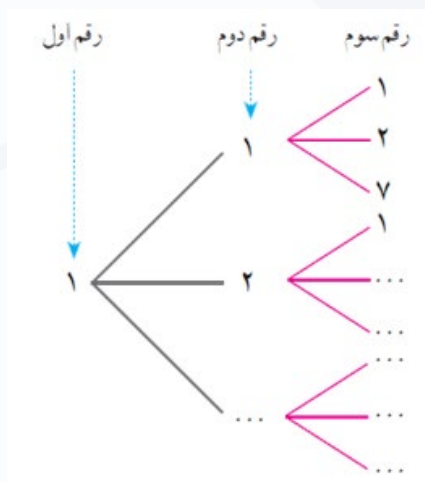
مثال 9) چند عدد چهار رقمی با استفاده از ارقام $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ می‌توان ساخت به طوری که بر 5 بخش پذیر باشد؟

مثال 10) با استفاده از سه رنگ آبی، قرمز و سبز به چند روش می‌توان خانه‌های جدول زیر را رنگ کرد؟

مثال‌ها

مثال 11) تمام اعداد سه رقمی را در نظر بگیرید که ارقام آن‌ها از مجموعه $\{1, 2, 7\}$ انتخاب شده است. تعدادی از آن‌ها عبارتند از: 111, 127, 721.

الف) چند تا از این اعداد هستند که دو رقم سمت چپ آن‌ها برابر ۱۲ است؟
ب) با تکمیل شکل زیر تمام اعدادی که با رقم 1 شروع می‌شوند را بنویسید. تعدادشان چند تا است؟



ج) تمام اعداد سه رقمی که با 2 شروع می‌شوند چند تا هستند؟
د) تعداد کل اعداد سه رقمی فوق چند تا است؟

مثال 12) تعداد اعداد دو رقمی با ارقام فرد را بیابید.

مثال 13)

احمد، آرش و رضا به عنوان دانش آموزان ممتاز استان شناخته شده‌اند. به همین مناسبت در مرکز استان مراسمی جهت تقدیر از آن‌ها ترتیب داده شده است و قرار است یکی یکی جهت دریافت هدایای خود بالای سکو بروند. قطعا روش‌های مختلفی برای بالا رفتن آن‌ها وجود دارد. مثلاً اول احمد، دوم آرش و سوم رضا یا اول احمد، دوم رضا و سوم آرش و ... می‌توان با استفاده از نمودار درختی حالت‌ها را شمرد.

احمد	رضا - آرش
	آرش - رضا
آرش	- احمد
	احمد -
رضا	-
	-

الف) جدول زیر را کامل کنید.

ب) با استفاده از اصل ضرب چه طور می‌توان به این سوال جواب داد؟

مثال‌ها

مثال 14

الف) عبارت $(r+s)(t+u+v)$ پس از محاسبه چند جمله دارد ؟
 ب) عبارت $(x+y+z)(a+b)(c+d)$ پس از محاسبه چند جمله دارد ؟

مثال 15) با استفاده از دو رقم 2 و 1 چند عدد 5 رقمی می توان ساخت ؟

مثال 16) هر زیر مجموعه از $\{1, 2, \dots, 6\}$ را می توان با یک کد 6 تایی از 1 و 0 نشان داد . 1 ، متناظر بودن عضو و 0 متناظر نبودن است .

به عنوان مثال کد 010110 متناظر مجموعه $\{2, 4, 5\}$ است . صفر در جایگاه اول کد یعنی عنصر یک در مجموعه نیست و یک در جایگاه چهارم یعنی 4 در مجموعه هست و
 الف) کد 110011 متناظر چه زیر مجموعه ای است ؟
 ب) تعداد کدهای 6 تایی از 1 و 0 چند است ؟

مثال 17) یک عدد سه رقمی را متقارن می نامیم اگر رقم یکان و صدگان آن برابر باشند ، مانند ۲۳۲ . چند عدد سه رقمی متقارن داریم؟

مثال 18) چند عدد سه رقمی بدون رقم 8 داریم ؟

مثال 19) با استفاده از سه رنگ آبی ، قرمز و سبز به چند روش می توان خانه های شکل زیر را رنگ کرد طوری که خانه های مجاور رنگشان متفاوت باشد ؟



مثال 20) در سرزمین گچ های نقاشی a_1, a_2, a_3 از شهر A ، b_1, b_2, b_3 از شهر B و c_1, c_2, c_3, c_4 از شهر C برای گردش فضایی با فضا پیمای آلفا ثبت نام کرده اند . می دانیم a_1 با b_1 ، a_2 با b_3 ، a_3 با c_2 و c_1 سازگار نبوده و نمی توانند با هم سوار فضا پیمای شوند . در ضمن فضاپیما ظرفیت 3 نفر دارد که قرار است از شهر یکی سوار بشود . به چند طریق می توان سه نفر را رهسپار کرد ؟
 (راهنمایی : از نمودار درختی استفاده کنید .)

مثال 21) فرض کنید از شهر A به شهر B ، سه جاده و از شهر B به شهر C ، چهار جاده موجود است ، اگر فردی بخواهد از شهر A به شهر B و سپس از شهر B به شهر C برود ، این عمل به چند طریق امکان پذیر است؟

مثال‌ها

مثال 22) بین منزل و محل کار شخصی چهار مسیر A ، B ، C و D وجود دارند، اما مسیر B یکطرفه است، به طوری که وی نمی تواند آن را برای رفتن به محل کار انتخاب کند، و مسیر C یکطرفه است به قسمی که او نمی تواند آن را برای برگشت به منزل برگزیند.

(1) نموداری درختی رسم کنید که راههای مختلفی را که این شخص می تواند به محل کار برود و برگردد، نشان دهد.

(2) نموداری درختی رسم کنید که راههای مختلفی را که این شخص می تواند به محل کار خود برود و برگردد نشان دهد، بدون اینکه راههای رفت و برگشت یکی باشند.

مثال 23) شخصی که 2 تومان پول دارد، روی پرتاب سکه ای به میزان یک تومان برای برد یا باخت شرط بندی می کند، و شرط بندی را تا وقتی که پول دارد ادامه می دهد. نموداری درختی رسم کنید که حالت‌های مختلفی را که در چهار پرتاب اول رخ می دهند نشان دهد. بعد از پرتاب چهارم سکه، در چند مورد

(1) دقیقاً نه می برد و نه می بازد.

(2) دقیقاً 2 تومان می برد؟

مثال 24) از میان 3 روسی و 4 فرانسوی و 5 آلمانی، به چند طریق می توان 2 نماینده انتخاب کرد به شرطی که نماینده ها از ملیتهای مختلف باشند؟ انتخاب 2 نماینده با شرط ذکر شده از سه ملیت به یکی از صورتهای زیر خواهد بود:

$$S_1 = \{ \text{روسی، آلمانی} \} \quad \text{و} \quad S_2 = \{ \text{فرانسوی، آلمانی} \} \quad \text{و} \quad S_3 = \{ \text{فرانسوی، روسی} \}$$

مثال 25) با ارقام 2, 3, 5, 6, 7 چند عدد سه رقمی می توان تشکیل داد بطوریکه:

الف) دارای ارقام تکراری نباشد.

ب) دارای ارقام تکراری باشد.

مثال 26) با ارقام 0, 2, 3, 6, 7 چند عدد چهار رقمی زوج و بدون ارقام تکراری می توان تشکیل داد؟

مثال 27) با عضوهای مجموعه $\{0, 1, \dots, 9\}$ چند عدد 5 رقمی می توان ساخت که دو رقم سمت چپ آنها بر 17 و عدد حاصل بر 5 بخش پذیر باشد؟ (تکرار ارقام مجاز است)

مثال 28) چند عدد سه رقمی از ارقام 1, 2, 3, 4, 5 می توان نوشت به طوریکه:

الف- تکرار ارقام جایز باشد.

ب- ارقام تکرار نشود.

پ- در حالت (ب) چند عدد زوج و چند عدد فرد می باشد.

مثال 29) با ارقام 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

الف- چند عدد چهار رقمی بدون ارقام تکراری می توان ساخت؟

ب- چند عدد چهار رقمی زوج بدون ارقام تکراری می توان ساخت؟

مثال‌ها

مثال 30) با ارقام 0, 2, 3, 5 چند عدد چهار رقمی بخش پذیر بر 5 بدون تکرار ارقام می توان نوشت؟

مثال 31) با ارقام 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 چند عدد 4 رقمی با ارقام متمایز می توان ساخت به طوری که هر کدام از اعداد شامل رقم 1 باشند؟

مثال 32) فرض کنید تکرار مجاز نیست.

الف- چند عدد سه رقمی می توان نوشت، رقمها 2, 3, 4, 5, 7, 9 می باشند.

ب- چند تا از این اعداد کوچکتر از 400 هستند؟

ج- چند تا از این اعداد زوج هستند؟

د- چه تعداد فرد هستند؟

ه- چه تعداد، مضرب 5 هستند؟

مثال 33) اگر تکرار رقم 6 مجاز باشد مساله قبل را از نو حل کنید.

مثال 34) فرض کنید پلاک اتومبیل‌های خارجی شامل دو حرف و بعد از آن سه رقم است، چند پلاک مختلف می توان تولید کرد به طوری که :
الف- رقم اول صفر نیست.

ب- هر پلاک شامل دو حرف متمایز و بعد از آن سه رقم مختلف است.

مثال 35) تعداد راه هائی را به دست آورید که یک شرکت با 26 عضو می تواند رئیس، حسابدار، منشی انتخاب کند (فرض کنید هیچکس برای بیش از یک شغل انتخاب نشود)

مثال 36) چند عدد 5 رقمی یافت می شود که رقم اول آن 2 و رقم آخر آن 4 باشد و هیچ یک از رقمهای آن تکراری نباشد.

مثال 37) بین A و B چهار خط اتوبوس و بین C و B سه خط اتوبوس وجود دارد، تعداد راه هایی را به دست آورید که یک شخص می تواند با اتوبوس:

الف- با گذشتن از B ، از A به C سفر کند.

ب- با گذشتن از B ، از A به C سفر کند و دوباره بر گردد.

پ- فرض کنید شخص نمی خواهد بیش از یک بار از یک خط اتوبوس استفاده کند، به چند راه می توان برای رفتن از A به C سفر کند و دوباره بر گردد؟

مثال 38) یک دانشجو می تواند یکی از چهار درس ریاضی و یکی از پنج درس انگلیسی را اختیار کند:

الف- n تعداد راه هایی را به دست آورید که این دانشجو می تواند در دو درس ثبت نام کند.

ب- اگر هم زمان یکی از درسهای ریاضی و یکی از درسهای زبان تداخل داشته باشند، مساله را حل کنید.

مثال‌ها

مثال 39) چند ماتریس $m \times n$ وجود دارد که درایه های آن 0 یا 1 است؟

مثال 40)

الف- تعداد راه هایی را به دست آورید که شش نفر می توانند سورتمه برانند (تمام این افراد توانایی راندن سورتمه را دارند)
ب- تنها نصف افراد توانایی راندن سورتمه را داشته باشند.

مثال 41) یک قفل رمزی دارای یک رمز سه رقمی فرد، با ارقام 1, 2, ..., 9 می باشد، اگر رمز این قفل را ندانیم و امتحان کردن هر رمز دو دقیقه طول بکشد، حداکثر چند ساعت طول می کشد تا قفل باز شود؟

مثال 42) با حروف کلمه (جمهوری) به چند طریق می توان کلمات سه حرفی، بدون تکرار حروف ساخت که حرف اول آنها حرف نقطه دار نباشد؟

مثال 43) تعداد کلمات چهار حرفی که می توان با استفاده از حروف کلمه (شکوهمند) ساخت، به طوری که با حرف نقطه دار شروع و به حرف نقطه دار ختم گردد، کدام است؟

مثال 44) در مبنای 8، چند عدد سه رقمی وجود دارد؟

مثال 45) چند عدد 8 رقمی در مبنای دو وجود دارد؟

مثال 46) چند عدد سه رقمی زوج با ارقام متمایز، وجود دارد که فاقد رقم چهار است؟

مثال 47) چند مجموعه متفاوت از اعداد طبیعی یک رقمی می توان ساخت که هر کدام حاوی همه اعداد اول یک رقمی باشند؟

مثال 48) چند عدد چهار رقمی وجود دارد که مجموع دو رقم اول و آخر آن 12 و مجموع دو رقم دیگر آن 9 است؟

مثال 49) چند عدد طبیعی بین 10^4 ، 10^5 وجود دارد که فقط از ارقام 0, 1, 2 تشکیل شده است؟

مثال 50) با اعداد 3, 5, 7 چند عدد سه رقمی می توان ساخت که در هر کدام حداقل یک رقم تکراری باشد؟

مثال 51) یک عدد هفت رقمی را متقارن گوئیم هرگاه رقمهای اول و هفتم، رقمهای دوم و ششم، رقمهای سوم و پنجم یکسان باشند، چند عدد هفت رقمی متقارن وجود دارد؟