

مثالها

مثال 1) به ازاء چه مقدار a تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} & ; x \neq 0 \\ a & ; x = 0 \end{cases}$ پیوسته است؟

مثال 2) تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{[x]}{x} & ; x \neq 0 \\ a & ; x = 0 \end{cases}$ مفروض است، به ازای چه مقدار a تابع فوق در $x=0$ پیوسته است؟

مثال) نقاط انفصال (ناپیوسته) توابع زیر را بدست آورید.

6) $y = \frac{x^5 - 3x + 2}{\sin(x-1)}$

7) $y = \begin{cases} \sqrt[3]{x} + \cos^2(x^2 - \pi) & ; x \neq 0 \\ -1 & ; x = 0 \end{cases}$

8) $y = \frac{1}{\sqrt{2 + \sin \sqrt{x-1}}}$

9) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+2} - \sqrt{2-x}}$

10) $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x + 1} & ; x \neq -1 \\ 1 & ; x = -1 \end{cases}$

11) $f(x) = \frac{x^3 \sin x}{x^4 - x^3}$

12) $f(x) = \begin{cases} -\sqrt{16-x^2} & ; |x| \leq 4 \\ x-4 & ; |x| > 4 \end{cases}$

13) $f(x) = \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4}$

14) $f(x) = \begin{cases} \sin \frac{1}{x} & ; x \neq 0 \\ 0 & ; x = 0 \end{cases}$

15) $f(x) = \begin{cases} -x & ; x < 0 \\ 1 & ; x \geq 0 \end{cases}$

16) $f(x) = [x]$

17) $f(x) = \begin{cases} x - [x] & ; [x] = 2k \\ x - [x] + 1 & ; [x] = 2k + 1 \end{cases}$

18) $f(x) = \frac{3 - \sqrt{x+9}}{\sqrt[3]{x+1} - 1}$

19) $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2nx}{1 - nx}$

20) $f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \cos^{2n} x$

مثالها

$$21) f(x) = \frac{3 \sin^3 x + \cos^2 x + 1}{4 \cos x - 2}$$

$$22) f(x) = \frac{x^3 \sin^2 x + x^2 \cos x}{\cos\left(\frac{1}{\sin x}\right)}$$

$$23) f(x) = \frac{x \sin x}{(|x| - \pi) \cdot \sin^2 \pi x}$$

$$24) f(x) = \text{Arc tan} \frac{1}{x^2 - 1}$$

$$25) f(x) = \frac{\cos(x^2 + 1)}{3\pi + 6x + \cos x}$$

$$26) f(x) = [x] + \sqrt{x - [x]}$$

$$27) f(x) = \begin{cases} x^2 & ; x^2 < |x| \\ |x| & ; x^2 \geq |x| \end{cases}$$

$$28) f(x) = \left[\sqrt{x - [x]} \right]$$

$$29) f(x) = \sin \pi (-1)^{[x]}$$

$$30) f(x) = \cos(\pi (-1)^{[x]})$$

$$31) f(x) = (x - [x]) \tan \pi x$$

$$32) f(x) = \lim_{n \rightarrow +\infty} (\cos \pi x)^{2n}$$

$$33) f(x) = \text{Arc tan} \left(\tan \frac{\pi x}{2} \right)$$

$$34) f(x) = \sqrt{3[x] - [x]^2}$$

مثال 35) تابع با ضابطه $f(x) = (-1)^{[x]} \sin \pi x$ در بازه $[0, 10]$ در چند نقطه ناپیوسته است؟

مثال 36) تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} x & ; x \notin \mathbb{Z} \\ x^2 & ; x \in \mathbb{Z} \end{cases}$ در بازه $(-2, 2)$ در چند نقطه ناپیوسته است.

مثال 37) تابع با ضابطه $f(x) = \frac{1}{1 - \frac{1}{1-x}}$ در چند نقطه تعریف نشده است.

مثال 38) تابع f با ضابطه $f(x) = \text{sgn}(x - [x])$ مفروض است، پیوستگی این تابع را در نقاط صحیح و غیر صحیح بررسی کنید.

مثال‌ها

مثال 39) اگر $0 \leq x \leq 1$ و $f_n(x) = x^n$ باشد، آنگاه $f(x) = \lim_{n \rightarrow +\infty} f_n(x)$ در بازه $[0,1]$ چند نقطه ناپیوسته دارد.

مثال 40) اگر تابع با ضابطه $f_n(x) = \frac{\sin nx}{1+nx}$ در فاصله $x \geq 0$ تعریف شده باشد، آنگاه $f(x) = \lim_{n \rightarrow +\infty} f_n(x)$ در $[0, +\infty)$ چند نقطه ناپیوسته دارد؟

مثال 41) اگر تابع با ضابطه $f(x) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{nx}{1+nx}$ در فاصله $0 \leq x \leq 1$ تعریف شده باشد، آنگاه f در کدام نقطه ناپیوسته است؟

مثال 42) تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{4}{\pi} \text{Arc tan tan } \pi x & ; |x| < \frac{1}{2} \\ \frac{1}{x} & ; |x| \geq \frac{1}{2} \end{cases}$ مفروض است، مجموع نقاط ناپیوستگی تابع کدام است؟

- (1) $\left\{ \pm \frac{1}{2} \right\}$ (2) $\left\{ -\frac{1}{2} \right\}$ (3) $\left\{ k \pm \frac{1}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ (4) \emptyset

مثال 43) تابع با ضابطه $f(x) = \text{Arc sin}([x] + [-x])$ مفروض است، مجموعه نقاط ناپیوستگی f در دامنه اش کدام است؟

(1) $\{-1,0\}$ (2) \mathbb{R} (3) \mathbb{Z} (4) $\mathbb{R} - \mathbb{Z}$

مثال 44) تابع با ضابطه $f(x) = \cot g \pi(x - [x])$ در کدام نقطه ناپیوسته است.

- (1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{3}{2}$ (3) π (4) \mathbb{Z}

مثال 45) تابع با ضابطه $f(x) = \text{Ln}[x]$ مفروض است، کدام گزینه صحیح است؟

- (1) تابع در \mathbb{R} پیوسته است.
 (2) تابع در دامنه اش پیوسته است.
 (3) در $x = n$ که $n \in \mathbb{Z}$ ، $n \geq 2$ ناپیوسته است.
 (4) تابع در $[0,1]$ ناپیوسته است.

مثالها

مثال 46 تعداد نقاط ناپیوستگی تابع با ضابطه $f(x) = x - [x] + \sin\left(\frac{\pi}{2}[x]\right)$ در بازه $[3, 6]$ کدام است؟

3 (4

2 (3

1 (2

0 (1