

مثال‌ها

**مثال (7) توابع**  $f(x) = \begin{cases} 1 & ; x \neq 0 \\ 0 & ; x = 0 \end{cases}$  و  $g(x) = \begin{cases} x \sin \frac{\pi}{x} & ; x \neq 0 \\ 0 & ; x = 0 \end{cases}$  مفروضند:

الف) آیا تساوی  $\lim_{x \rightarrow 0} f(g(x)) = f(\lim_{x \rightarrow 0} g(x))$  برقرار است؟

ب) پیوستگی تابع  $g \circ f$  را بررسی کنید.

**مثال (8) تابع**  $g(x) = \sin x$  و  $f(x) = \begin{cases} x - \pi & ; x \leq 0 \\ x + \pi & ; x > 0 \end{cases}$  مفروض اند:

الف) ثابت کنید  $f$  در  $x=0$  ناپیوسته است اما  $g \circ f$  در  $R$  پیوسته است.

ب)  $f \circ g$  چگونه است؟

**مثال (9) توابع**  $f(x) = |x|$  و  $g(x) = [x]$  مفروضند، پیوستگی  $g \circ f$  را در  $x=0$  بررسی کنید.

**مثال (10) برای تابع**  $f(u) = \frac{1}{u^2 + u - 2}$  که در آن  $u = \frac{1}{x-1}$ ، نقاط ناپیوستگی را پیدا کنید.

**مثال (11) تابع**  $f(x) = \frac{1}{-x+1}$  مفروض است، نقاط ناپیوستگی  $\{f[f(x)]\}$  را پیدا کنید.

**مثال (12) توابع**  $f(x) = \begin{cases} -x & ; x < 0 \\ 1 & ; x \geq 0 \end{cases}$  و  $g(x) = \begin{cases} 1 & ; x < 0 \\ x & ; x \geq 0 \end{cases}$  مفروضند، ثابت کنید توابع  $f$  و  $g$  در نقطه  $x=0$  ناپیوسته اند،

ولی تابع مرکب  $f \circ g$  در نقطه  $x=0$  پیوسته می باشد.

مثالها

**مثال 13** اگر  $f(x) = \begin{cases} x & ; x \in Q \\ 0 & ; x \in R - Q \end{cases}$  باشد، در مورد پیوستگی  $f$  و ترکیب  $f$  با خودش یعنی  $f \circ f$  در نقاط مختلف بحث کنید.

**مثال 14**  $f(x) = \begin{cases} 1 & ; x > 0 \\ 0 & ; x = 0 \\ -1 & ; x < 0 \end{cases}$  و  $g(x) = x - x^3$  مفروضند، پیوستگی توابع  $f \circ g$  و  $g \circ f$  را بررسی کنید.

**مثال 15** تابع با ضابطه  $f(x) = \begin{cases} \frac{1-x}{1+x} & ; x \neq -1 \\ 0 & ; x = -1 \end{cases}$  مفروض است، تابع  $f \circ f$  در چند نقطه ناپیوسته است؟

**مثال 16** توابع  $f(x) = \sqrt{x-1} + \sqrt{3-x}$  و  $g(x) = [x]$  مفروضند،  $f \circ g$  در چند نقطه از دامنه اش ناپیوسته است؟

**مثال 17** تابع با ضابطه  $f(x) = \begin{cases} 1 & ; x \geq 0 \\ x^2 & ; x < 0 \end{cases}$  مفروض است،  $f(f(x))$  در چه نقطه ای ناپیوسته است؟

**مثال 18** تابع با ضابطه  $f(x) = \begin{cases} x & ; x \in Q \\ 4-x & ; x \in R - Q \end{cases}$  مفروض است، در مورد پیوستگی  $f \circ f$  کدام گزینه همواره صحیح است؟

(1) فقط در  $x = 2$  پیوسته است .

(2) فقط در نقاط گویا پیوسته است .

(3) در  $R$  پیوسته است .

(4) در  $R$  ناپیوسته است .