

مثال‌ها

مثال 24) تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 & ; 1 < x \leq 2 \\ -1 & ; x = 1 \end{cases}$ مفروض است، آیا قضیه مقدار میانی در مورد این تابع صادق است .

مثال 25) نشان دهید که خط $y = \frac{a+b}{2}$ نمودار تابع $f(x) = (x-a)(x-b) + x$ را قطع می کند .

مثال 26) فرض کنیم تابع $y = f(x)$ بر بازه بسته $[a, b]$ تعریف شده و برد آن هم بازه بسته $[a, b]$ باشد . ثابت کنید در این بازه بسته لااقل یک نقطه مانند x_0 وجود دارد به طوری که $f(x_0) = x_0$.

مثال 27) نشان دهید که تابع $f(x) = x^3 - 4x$ در تمام نقاط بازه $(0, 2)$ منفی است .

مثال 28) فرض کنیم n عددی طبیعی باشد و $a > 0$ ، نشان دهید که یک عدد مثبت مانند b وجود دارد به طوری که $a = b^n$.

مثال 29) کدام گزینه صحیح است ؟

- (1) تابع پیوسته f را روی $[0, 1]$ چنان تعریف می کنیم که:
اولاً- $f(0) \cdot f(1) < 0$ ثانیاً- $\forall x \in [0, 1], f(x) \neq 0$
- (2) تمام ریشه های معادله $x^5 + x + \frac{1}{2} = 0$ خارج فاصله $[-1, 1]$ قرار دارند .
- (3) تابع پیوسته $f: [0, 1] \rightarrow [0, 2]$ را چنان تعریف می کنیم که:
اولاً- $f(0) = 0, f(1) = 2$ ثانیاً- معادله $f(x) = 1$ ریشه نداشته باشد .
- (4) اگر $f: [0, 1] \rightarrow [0, 2]$ پیوسته و $f(0) = 0, f(1) = 2$ باشد معادله $f(x) = 1$ در فاصله $[0, 1]$ حداقل یک ریشه دارد .

مثال 30) تابع $f: R \rightarrow R$ پیوسته و اکیداً نزولی است به طوری که $f(f(x)) = x + a$ و $a \neq 0$ ، کدام گزینه همواره صحیح است؟

- (1) $f(0) = a$
- (2) عددی مانند p هست که $f(p) = p$
- (3) چنین تابعی هرگز وجود ندارد .
- (4) $f(f(x))$ حداقل یک نقطه ناپیوستگی دارد .

مثالها

مثال 31 تابع $f: R \rightarrow R$ پیوسته و اکیداً نزولی است به طوری که $f(f(x)) = ax + b$, $(a \neq 1, a > 0)$ در این صورت $f(0)$ کدام است؟

(4) $b(1 - \sqrt{a})$

(3) $\frac{b}{1 + \sqrt{a}}$

(2) $\frac{b}{1 - \sqrt{a}}$

(1) b