

مثالها

مثال) معادلات زیر را حل کنید.

1) $x^3 + 6x - 20 = 0$

2) $x^3 - 6x + 4\sqrt{2} = 0$

3) $x^3 - 3x - 1 = 0$

4) $x^3 - 3\alpha^2x + 2\alpha^3 = 0$

5) $x^3 - 3x + \sqrt{2} = 0$

6) $x^3 + 3x - 3 = 0$

7) $8x^3 - 6x + 1 = 0$

8) $x^3 - 3\sqrt{3}x^2 - 3x + \sqrt{3} = 0$

9) $x^3 + 2\sqrt{2}x^2 - 2\sqrt{2} = 0$

10) $x^3 - ax^2 + (a-1)^2 = 0$

مثال 11) با چه شرطی اتحاد زیر برقرار است:

$$x^3 + px + q \equiv \alpha(x+a)^3 + \beta(x+b)^3$$

b, a, β, α را بر حسب p, q محاسبه و سپس معادله $x^3 + px + q = 0$ را حل کنید.

مثال 12) ثابت کنید، اگر داشته باشیم $a^2 < 3b$ آن وقت معادله $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ تنها یک ریشه حقیقی دارد.

مثال 13) به ازاء چه مقدار m معادله $x^3 - 3x + 1 - m = 0$ دارای ریشه مضاعف مثبت است؟

مثال 14) به ازاء چه مقادیری از m معادله $(1-2x)^3 = 2x + m$ فقط دارای یک ریشه است؟

(1) $|m| < 1$

(2) $|m| > 1$

(3) $|m| < 2$

(4) هر مقدار دلخواه m

مثال 15) به ازاء چه مقادیری از m معادله $x^3 - 3x + m = 0$ دارای یک ریشه منفی و دو ریشه مثبت است.

(1) $m < 1$

(2) $0 < m < 1$

(3) $0 < m < 2$

(4) $m > 2$

مثال‌ها

مثال 16) معادله $-x^{12} + 12x^4 - 3 = 0$ چند ریشه حقیقی دارد؟

- (1) 6
(2) 4
(3) 2
(4) هیچ

مثال 17) اگر $x_1 < x_2 < x_3$ را ریشه‌های معادله $x^3 - 3x + 1 = 0$ بگیریم، ثابت کنید: $x_2^2 - x_1 = 2$

مثال 18) دانش‌آموزی مکعب عددی درست را چهار برابر کرده و به حاصل ضرب آنها 60 واحد افزوده، بار دیگر عملهای عکس را انجام داد، یعنی از یک چهارم مکعب عدد، 60 واحد کم کرد و نتیجه دو عمل یکی شد، این عدد را پیدا کنید.

مثال 19) ثابت کنید، اگر برای ضریب‌های معادله $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ داشته باشیم $a^2 < 3b$ آن وقت معادله تنها یک ریشه حقیقی دارد.