

مثالها

مثال (1) تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} 5-6x & ; x \leq 3 \\ -4-x^2 & ; x > 3 \end{cases}$ مفروض است، آیا تابع در $x=3$ مشتق پذیر است؟

مثال (2) تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} x^2 + \cos x & ; x \geq 0 \\ \frac{1}{x+1} + \sin x & ; x < 0 \end{cases}$ مفروض است، مشتقهای چپ و راست را در $x=0$ پیدا کنید.

مثال (3) مشتق تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt[3]{\sin^2 x}$ را در $x = \pi$ پیدا کنید.

مثال (4) زاویه بین مماسهای راست و چپ تابع با ضابطه $f(x) = \frac{|x|-1}{|x|+1}$ را در $x=0$ پیدا کنید.

مثال (5) تابع با ضابطه $f(x) = x + \sqrt{x^2 - 1}$ مفروض است، $f'_+(1)$ ، $f'_-(-1)$ را پیدا کنید.

مثال (6) مشتق تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt[3]{x^3 - 4x^2}$ را در نقاط $x=0$ و $x=4$ پیدا کنید.

مثال (7) تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \sin x & ; 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ \frac{4(\pi^2 - x^2)}{3\pi^2} & ; \frac{\pi}{2} < x < \pi \end{cases}$ مفروض است، مشتق پذیری f را در نقطه $x = \frac{\pi}{2}$ بررسی کنید.

مثال (8) اگر تابع با ضابطه $f(x) = \frac{\sin x^2}{x}$ مفروض باشد، آنگاه $\lim_{x \rightarrow 0} f'(x)$ چقدر است؟

مثال (9) a و b را چنان پیدا کنید تا تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & ; x > 1 \\ ax^2 + b & ; x \leq 1 \end{cases}$ در $x=1$ مشتق پذیر باشد؟

مثال (10) به ازاء چه مقدارهای a و b و c تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} x^3 & ; x \leq 1 \\ ax^2 + bx + c & ; x > 1 \end{cases}$ در $x=1$ مشتق دوم دارد.

مثال‌ها

مثال 11 تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} x^2[x] + ax^2 + 3b & ; x \geq 1 \\ a \tan \pi(x - [x]) + bx^2 + 2a & ; x < 1 \end{cases}$ مفروض است، a, b را چنان پیدا کنید که تابع در $x=1$ مشتق پذیر باشد.

مثال 12 برای چه مقدار k و b تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} 1 + b|x| & ; x < 1 \\ k\sqrt[3]{x} & ; x \geq 1 \end{cases}$ در $x=1$ مشتق پذیر است؟

مثال 13 فرض کنید تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x}} & ; 0 < x < a \\ \frac{1}{4}x\sqrt{x} & ; a \leq x \end{cases}$ مفروض باشد:

الف) به ازاء چه مقدار a تابع f در $(0, +\infty)$ پیوسته است؟
ب) آیا f برای مقدار به دست آمده در قسمت الف) مشتق پذیر است؟

مثال 14 اگر تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \sin \pi x & ; 0 \leq x \leq 1 \\ ax + b & ; 1 < x \leq 2 \end{cases}$ در $x=1$ مشتق پذیر باشد، مقدار ab را به دست آورید.

مثال 15 به ازاء کدام مقادیر a, b تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} |x-1| & ; x \leq 1 \\ ax^2 + b & ; x > 1 \end{cases}$ در نقطه ای به طول $x=1$ مشتق پذیر است؟

مثال 16 اگر تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} x^2 & ; x \leq n \\ ax + b & ; x > n \end{cases}$ مفروض باشد، به ازاء چه مقادیر a, b این تابع در نقطه $x=n$ مشتق پذیر است؟

مثال 17 تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} x^2 & ; x < -1 \\ -1 - 2x & ; x \geq -1 \end{cases}$ مفروض است، کدام گزینه صحیح است؟

- (1) $f'(-1) = -1$ (2) $f'(-1) = 2$ (3) $f'(-1) = -2$ (4) وجود ندارد $f'(-1)$

مثال‌ها

مثال 18) تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} x^3 - 4 & ; x \geq 0 \\ x^4 + 4 & ; x < 0 \end{cases}$ در نقطه $x = 0$:

- (1) مشتق چپ دارد ولی مشتق راست ندارد .
 (2) مشتق راست دارد ولی مشتق چپ ندارد.
 (3) مشتق چپ و راست ندارد.
 (4) مشتق پذیر است.

مثال 19) در تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{x} & ; x \neq 0 \\ 1 & ; x = 0 \end{cases}$ وضعیت تابع در نقطه $x = 0$ چگونه است؟

- (1) نقطه بازگشت دارد .
 (2) دارای مماس به معادله $x = 0$ است .
 (3) حد تابع مشتق $+\infty$ است .
 (4) نقطه زاویه دار وجود دارد .

مثال 20) در تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} x^3 - 3x & ; x \geq 0 \\ x - x^2 & ; x < 0 \end{cases}$ کدام گزینه در مورد مشتق پذیری در $x = 0$ صحیح است؟

- (1) $f'(0) = 1$
 (2) $f'_+(0) = 1$
 (3) $f'_+(0) = -3$
 (4) $f'_-(0) = -3$