

مثال‌ها

مثال 1) تابع با ضابطه $f(x) = x^3 + 1$ مفروض است، مشتق تابع $f^{-1}(x)$ را بدست آورید.

مثال 2) تابع $f : \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow [-1, 1]$ مفروض است، مشتق تابع معکوس این تابع را بدست آورید.
 $f(x) = \sin x$

مثال 3) شیب خط قائم بر تابع معکوس تابع به ضابطه $y = f(x) = \sqrt[3]{2x^3 + 6x}$ را در نقطه‌ای به طول -2 روی تابع معکوس بیابید.

مثال 4) اگر f, g توابعی مشتق‌پذیر و $h = g^{-1}$ و $f(1) = 2$ و $g(3) = 2$ و $g'(3) = -4$ باشد، آنگاه $h'(f(1))$ را بدست آورید.

مثال 5) اگر f تابعی معکوس‌پذیر و مشتق‌پذیر باشد و $f^{-1} = h$ و $f(x^3) = g(x)$ و $f(8) = 0$ و $f'(8) = \frac{1}{6}$ آنگاه $(g^{-1})'(0)$ چقدر است.

مثال 6) اگر f تابعی معکوس‌پذیر و $g(x) = f(\sqrt{x})$ و $(x > 0)$ و $f(2) = 8$ و $f'(2) = 2$ آنگاه $(g^{-1})'(8)$ چقدر است؟

مثال 7) تابع با ضابطه $f(x) = x^5 + 3x + 2$ مفروض است، شیب خط مماس بر نمودار تابع f^{-1} در نقطه‌ای به طول 6 واقع بر آن را بدست آورید.

مثال 8) تابع با ضابطه $f(x) = \frac{x^3}{x^2 + 1}$ مفروض است، مقدار مشتق تابع معکوس f را در نقطه‌ای $\frac{1}{2}$ به دست آورید.

مثال 9) اگر $|x| \leq \frac{\pi}{4}$ در معکوس تابع با ضابطه $f(x) = \cos x + \sin x$ ، کدام گزینه صحیح است؟

1) اکیداً نزولی است. (2) $(f^{-1})'(1) = 0$ (3) $(f^{-1})'(1) = 1$ (4) $f^{-1}(1) = \sqrt{2}$

مثال 10) تابع با ضابطه $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$ مفروض است، تعیین کنید این تابع در چه فاصله‌ای معکوس‌پذیر است و مشتق تابع معکوس آن

را بدست آورید و نمودار هر دوی آن را رسم کنید.

مثالها

مثال 11 تابع با ضابطه $f(x) = x + \sin x$ مفروض است، اگر g معکوس تابع f باشد، $g' \circ f(\pi)$ را بیابید.

مثال 12 f تابعی معکوس پذیر و $g(x) = f(2x)$ که $f(3) = 1$ و $f'(3) = \frac{1}{6}$ آنگاه $(g^{-1})'(1)$ چقدر است؟

مثال 13 f تابعی معکوس پذیر است و $g(x) = f(1-x)$ و $f(2) = 0$ و $f'(2) = \frac{1}{2}$ در این صورت $(g^{-1})'(0)$ چقدر است؟

مثال 14 f تابعی معکوس پذیر است و $g(x) = f(\sin x)$ و $\left(-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}\right)$ در صورتی که $f(0) = 4$ و

$f'(0) = 1$ باشد، چقدر است؟

مثال 15 اگر $f'(x) = \sin^2\left(\pi \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)\right)$ و $f(0) = 3$ باشد، آنگاه $(f^{-1})'(3)$ را بیابید.

مثال 16 اگر f تابعی معکوس پذیر و $g(x) = 1 - 2f(3x)$ و $(f^{-1})'(0) = 12$ آنگاه $(f^{-1})'(1)$ چقدر است؟

مثال 17 فرض کنیم f و g مشتق پذیر و $h = g^{-1}$ و g معکوس پذیر است.

$f(1) = 2$ و $g(3) = 2$ و $g'(3) = -8$ در این صورت $h'(f(1))$ چقدر است؟

مثال 18 توابع f, h با ضابطه های $f(x) = x^3 + x$ و $h(x) = \begin{cases} f(x) & ; x \geq 0 \\ f^{-1}(x) & ; x < 0 \end{cases}$ مفروضند، تابع h در $x = 0$ کدام وضعیت را

دارد؟

(1) فقط مشتق راست دارد. (2) همواره مشتق دارد و $h'(0) = 0$

(3) $h'_+(0) = 1$, $h'_-(0) = -1$ (4) $h'(0) = 1$

مثال 19 تابع با ضابطه $f(x) = x^4 - 4x$ مفروض است، اگر g تابع معکوس f باشد، $g' \circ f$ را بیابید.

مثال 20 تابع با ضابطه $f(x) = x + 1 + \frac{1}{4} \sin(\pi x)$ مفروض است، $(f^{-1})'(4)$ چقدر است؟