

مثالها

مثال) حدهای زیر را با توجه به توابع داده شده بدست آورید.

$$1) \text{ if } f(x) = \sin^2 x \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{f(x) - f\left(\frac{\pi}{4}\right)}{x - \frac{\pi}{4}} = ?$$

$$2) \text{ if } f(x) = \begin{cases} \cos \frac{\pi}{2} x & ; x < 1 \\ x^2 - 1 & ; x \geq 1 \end{cases} \Rightarrow \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = ?$$

$$3) \text{ if } f(x) = \text{Arctan } x^2 \Rightarrow \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1-4h) - \frac{\pi}{4}}{2h} = ?$$

$$4) \text{ if } f(x) = \begin{cases} x \sin x & ; x \leq \frac{\pi}{2} \\ 3x - \pi & ; x > \frac{\pi}{2} \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^-} \frac{f\left(\frac{\pi}{2} + h\right) - f\left(\frac{\pi}{2}\right)}{x - \frac{\pi}{2}} = ?$$

$$5) \text{ if } f(x) = \tan x \Rightarrow \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'\left(\frac{\pi}{4} + h\right) - f'\left(\frac{\pi}{4}\right)}{h} = ?$$

$$6) \text{ if } f(x) = \frac{1}{x^3} \Rightarrow \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(1+3h) - f'(1)}{h} = ?$$

$$7) \text{ if } f(x) = |x|(x-1) \Rightarrow \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h) - f(-h)}{2h} = ?$$

$$8) \text{ if } f(x) = x[x] \Rightarrow \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h) - f(-h)}{h} = ?$$

مثالها

9) if $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x ; x \geq 2 \\ x^3 - 4x ; x < 2 \end{cases} \Rightarrow \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(2+h^2) - f(2)}{h^2} = ?$

10) if $f(x) = \sqrt[3]{(x-1)^2} \Rightarrow \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1-h)}{h} = ?$

11) if $f(x) = \begin{cases} 1 - x^2 ; x \geq 1 \\ x^2 - 1 ; x < 1 \end{cases} \Rightarrow \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = ?$

12) if $f(x) = x \tan x \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{f(x) - f\left(\frac{\pi}{4}\right)}{x - \frac{\pi}{4}} = ?$

13) if $f(x) = |\text{Arc tan } x| \Rightarrow \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(3h) - f(h)}{h} = ?$

مثال) حدهای زیر را بدست آورید.

14) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - \sin \frac{\pi}{6}}{x}$

15) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h^2) - f(x)}{\sin^2 3h}$

16) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{h^2 + 4h + 5} - \sqrt{5}}{h}$

17) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x f(a) - a f(x)}{x - a}$

18) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \left[\frac{1}{(x+h)^2} - \frac{1}{x^2} \right] ; x \neq 0$

19) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{3 \tan x - \sqrt{3}}{2x - \frac{\pi}{3}}$

20) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left\{ n \left[f\left(a + \frac{1}{n}\right) - f(a) \right] \right\} ; (a \in R)$

21) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h^2) - f(a)}{h \sin h} ; a \in R$

22) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h^2) - f(x)}{h \text{ Arc sin } 2h}$

23) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - \cos \frac{\pi}{6}}{x}$

مثال‌ها

مثال ثابت کنید:

$$24) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h)f(a+2h) - f^2(a)}{h} = 3f(a)f'(a) \quad 25) A = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) + f(x-h) - 2f(x)}{h^2} = f''(x)$$

f در همسایگی x مشتق پذیر و $f''(x)$ موجود است.

مثال 26) $A = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{h^2 + 4h + 3} - \sqrt[3]{3}}{h}$ مشتق چه تابعی را در چه نقطه ای مشخص می کند؟

مثال 27) اگر $t(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[f(x+h)] - [f(x)]}{h}$ و $f(x) = \sqrt{x}$ باشد، آنگاه $t(8)$ را محاسبه کنید.

مثال 28) اگر تابع f در $x=0$ پیوسته و $a \neq \pm 1$ باشد، آنگاه $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h) - f(ah)}{(1-a)h}$ چقدر است؟