

مثال‌ها

مثال (1) تابع $y = 1 - 4x^4$ در چه فاصله ای صعودی است؟

مثال (2) تابع $y = 1 - x^4$ در چه فاصله ای نزولی است؟

مثال (3) تابع $y = -x\sqrt{2-x^2}$ در چه فاصله ای اکیداً نزولی است؟

مثال (4) تابع $y = \frac{2x}{x^2+1}$ در چه فاصله ای صعودی است؟

مثال (5) به ازاء چه مقادیر m ، تابع به معادله $y = \frac{x^2 - mx}{x^2 + 4x + 3}$ همواره صعودی است؟

مثال (6) نشان دهید تابع $y = x^3 - 3x^2 + 3x$ اکیداً صعودی است.

مثال (7) نشان دهید تابع $y = x^2 - 2x + 4$ در فاصله $(-\infty, 1]$ اکیداً نزولی است.

مثال (8) وضعیت تابع $f(x) = \begin{cases} -x^2 & ; x \leq 0 \\ x^2 - 1 & ; x > 0 \end{cases}$ را در دامنه اش بررسی کنید.

مثال (9) نشان دهید تابع $f(x) = \begin{cases} x-1 & ; x \geq 2 \\ x & ; x \leq 1 \end{cases}$ صعودی است.

مثال (10) فرض کنید f روی $[a, b]$ صعودی و g روی $[f(a), f(b)]$ نزولی باشد و $g \circ f$ روی $[a, b]$ تعریف شده باشد، ثابت کنید $g \circ f$ روی $[a, b]$ نزولی است.

مثال‌ها

مثال 11 فرض کنیم f روی فاصله I پیوسته و نزولی باشد، ثابت کنید:

الف) اگر $g(x) = -f(x)$ ، آنگاه g روی I صعودی است.

ب) اگر $h(x) = \frac{1}{f(x)}$ و f روی I مثبت باشد، آنگاه h روی I صعودی است.

مثال 12 ثابت کنید تابع با ضابطه $f(x) = \frac{\sin x}{x}$ روی بازه $(0, \pi)$ نزولی اکید است.

مثال 13 در چه بازه‌هایی تابع $y = x^3 - 3x^2 + 1$ اکیداً نزولی است و در چه بازه‌هایی اکیداً صعودی است؟

مثال 14 به ازای چه مقادیر a تابع $y = ax^3 + 3x^2 - x$ اکیداً نزولی است؟

$$a < 0 \quad (1) \quad a \geq -3 \quad (2) \quad a \leq -1 \quad (3) \quad a \leq -3 \quad (4)$$

مثال 15 به ازای چه مقادیری از m تابع $y = x^3 - 3(m-1)x - 2(m-1)$ اکیداً صعودی است؟

$$(-\infty, 1] \quad (1) \quad (2, \infty) \quad (2) \quad [1, 2) \quad (3) \quad (-1, 2) \quad (4)$$

مثال 16 تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x & ; x \leq 0 \\ 1 - x^3 & ; x > 0 \end{cases}$ مفروض است، کدام گزینه صحیح است؟

- (1) تابع در فاصله $(0, +\infty)$ اکیداً صعودی است. (2) تابع در فاصله $(-\infty, 0)$ اکیداً نزولی است.
 (3) تابع در $x = 0$ ، مینیمم دارد. (4) تابع در فاصله $(-1, 0)$ اکیداً صعودی است.

مثال 17 تابع $f(x) = x^3 - 3x + 2$ در کدام یک از بازه‌های زیر نزولی است؟

$$|x| \leq 1 \quad (1) \quad x \geq 0 \quad (2) \quad x \leq 0 \quad (3) \quad |x| \geq 1 \quad (4)$$

مثال‌ها

مثال 18 توابع $f(x) = \begin{cases} x - \pi & ; x \leq 0 \\ x + \pi & ; x > 0 \end{cases}$ و $g(x) = \sin x$ مفروضند، وضعیت تابع gof در بازه $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ چگونه است؟

- (1) اکیداً صعودی است. (2) اکیداً نزولی است.
 (3) در $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, $\left(-\frac{\pi}{2}, 0\right)$ به ترتیب نزولی و صعودی است. (4) در $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, $\left(-\frac{\pi}{2}, 0\right)$ به ترتیب صعودی و نزولی است.

مثال 19 تابع با ضابطه $f(x) = \frac{|x|}{x}(1+x^2)$ در دامنه اش:

- (1) اکیداً نزولی است. (2) اکیداً صعودی است. (3) در $x=0$ دارای نقطه زاویه دار است. (4) اکیداً یکنوا نیست.

مثال 20 تابع به معادله $y = \sin^2 x + \sin x$ در کدام یک از بازه های زیر صعودی است؟

- (1) $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right]$ (2) $\left[-\frac{\pi}{2}, 0\right]$ (3) $[0, \pi]$ (4) $\left[\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\right]$

مثال 21 تابع $y = \frac{\sin x}{x}$ در فاصله $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ چگونه است؟

- (1) اکیداً صعودی (2) اکیداً نزولی
 (3) $0 < x < \frac{\pi}{4}$ اکیداً صعودی و $\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ اکیداً نزولی است. (4) در $x=0$, max دارد.

مثال 22 تابع $y = x - \text{Arc sin } \sin x$ در دامنه اش چگونه است؟

- (1) اکیداً صعودی (2) نزولی (3) صعودی (4) همواره ثابت است.

مثال 23 تابع $y = 2 \sin x + \cos 2x$ در بازه $\left[0, \frac{\pi}{3}\right]$ چگونه است؟

- (1) صعودی اکید است. (2) نزولی اکید است.
 (3) ثابت است. (4) در قسمتی صعودی و در قسمتی نزولی است.

مثال 24 تابع با ضابطه $y = x - 3\sqrt[3]{x}$ روی بازه های $(-1, 0)$, $(2, 4)$ به ترتیب چگونه است؟

- (1) صعودی - صعودی (2) نزولی - صعودی (3) صعودی - نزولی (4) نزولی - نزولی

مثال‌ها

مثال 25) تابع با ضابطه $f(x) = 2 \sin x + \cos 2x$ در هر یک از بازه های $\left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right)$, $\left(\frac{2\pi}{3}, \frac{5\pi}{6}\right)$ به ترتیب چگونه است؟

- (1) صعودی-نزولی (2) نزولی-صعودی (3) صعودی-صعودی (4) نزولی-نزولی

مثال 26) f روی $[0, +\infty)$ مشتق پذیر و $f(0) = 0$, $f'(0) = 0$ روی $(0, +\infty)$ صعودی است. تابع با ضابطه $g(x) = \frac{f(x)}{x}$

روی $(0, +\infty)$ چگونه است؟

- (1) دارای اکسترمم نسبی است. (2) نزولی است. (3) صعودی است. (4) مشتق پذیر نمی باشد.

مثال 27) تابع $f(x) = \frac{|x-1|}{x+2}$ به ترتیب روی فواصل $I_1 = (0, 1)$ و $I_2 = (1, 2)$ چه وضعی دارد؟

- (1) روی I_2, I_1 صعودی (2) روی I_2, I_1 نزولی
(3) روی I_1 صعودی و I_2 نزولی (4) روی I_1 اکیداً نزولی و روی I_2 اکیداً صعودی

مثال 28) به ازای چه مقداری از m تابع $y = \frac{x-m}{x^2+m}$ در هر یک از بازه هایی که پیوسته است، اکیداً نزولی است؟

- (1) $-1 < m < 0$ (2) $-1 \leq m \leq 0$ (3) $m \geq 0$ (4) $0 \leq m \leq 1$

مثال 29) تابع $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+x^3}}{x}$ مفروض است، کدام گزینه صحیح است؟

- (1) تابع اکیداً صعودی است.
(2) تابع اکیداً نزولی است.
(3) در فاصله $[-1, 0)$ اکیداً نزولی و در فاصله $(0, +\infty)$ اکیداً صعودی است.
(4) در $[-1, 0)$ اکیداً صعودی و در $(0, +\infty)$ اکیداً نزولی.

مثال 30) اگر $x > 0$ و $f(x) = \cos x - 1 + \frac{1}{2}x^2$ باشد، $f(x)$ همواره:

- (1) صعودی است. (2) نزولی است.
(3) اکیداً صعودی است. (4) اگر $0 < x < \frac{\pi}{2}$ باشد صعودی و اگر $x > \frac{\pi}{2}$ نزولی است.

مثال‌ها

مثال 31 تابع f روی R مشتق پذیر و f و f' روی R مثبت اند، اگر $g(x) = \frac{f(x)}{1+f(x)}$ کدام گزینه در مورد تابع g همواره صحیح

است؟

- (1) اکیداً صعودی و کراندار است .
 (2) اکیداً نزولی و کراندار است .
 (3) اکیداً صعودی است اما بی کران است .
 (4) اکیداً نزولی است اما بی کران است .

مثال 32 تابع $f(x) = \sqrt[n]{x+1} - \sqrt[n]{x}$ به ازاء $x > 0$ مفروض است . کدام گزینه صحیح است؟ ($n \geq 2, n \in N$)

- (1) تابع اکیداً صعودی است.
 (2) تابع یک max و یک min دارد .
 (3) تابع اکیداً نزولی است.
 (4) تابع دارای یک min است .