

مثالها

**مثال 1** تابع با ضابطه  $f(x) = \text{Arc sin } \frac{x}{2} + \sqrt{4-x^2}$  مفروض است، از نظر اکسترمم نسبی وضعیت تابع چگونه است؟

- (1) در  $x=0$  ماکسیمم نسبی دارد. (2) در  $x=-1$  مینیمم نسبی دارد.  
 (3) در  $x=1$  ماکسیمم نسبی دارد. (4) در  $x=1$  مینیمم نسبی دارد.

**مثال 2** تابع  $f(x) = a - \sqrt[5]{(x-b)^2}$  در نقطه  $x=b$ :

- (1) ناپیوسته است. (2) دارای ماکسیمم نسبی است.  
 (3) دارای مینیمم نسبی است. (4) نقطه عطف است.

**مثال 3** تابع با ضابطه  $f(x) = \text{Arc sin } \cos x$  در  $x=\pi$ :

- (1) max دارد. (2) min دارد.  
 (3) دارای مشتق صفر است. (4) نقطه عطف دارد.

**مثال 4** تابع با ضابطه  $f(x) = 1 - |1-x^5|$  در  $x=1$ :

- (1) max دارد. (2) min دارد.  
 (3) نقطه عطف دارد. (4) چون مشتق ندارد اکسترمم نیز ندارد.

**مثال 5** تابع  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & ; x \leq 1 \\ x & ; x > 1 \end{cases}$  در  $x=1$ :

- (1) ماکسیمم دارد. (2) مینیمم دارد.  
 (3) نقطه عطف دارد. (4) پیوسته نیست.

**مثال 6** تابع  $f(x) = -(x-1)^{\frac{2}{3}}$  در  $x=1$ :

- (1) min نسبی دارد. (2) max نسبی دارد.  
 (3) min نسبی و مطلق دارد. (4) max نسبی و min نسبی دارد.

مثالها

**مثال 7)** در تابع با ضابطه  $f(x) = \sqrt[3]{x^3 - 6x^2}$ :

- (1)  $x = 0$  نقطه عطف دارد.  
 (2)  $x = 6$  نقطه اکسترمم است.  
 (3)  $x = 4$  نقطه ماکسیمم نسبی است.  
 (4)  $x = 4$  نقطه مینیمم نسبی است.

**مثال 8)** مقدار مینیمم نسبی تابع  $f(x) = 7x^6 + 6x^7$  کدام است؟

- (1) 0 (2) 1 (3) -1 (4) -13

**مثال 9)** تابع  $f$  به ازای هر  $x$  از فاصله  $[-1, 1]$  پیوسته و  $f'_+(0) = 2$  و  $f'_-(0) = -1$  در این صورت کدام گزینه صحیح است؟

- (1) در  $x = 0$ ، مماس موازی محور  $x$  هاست.  
 (2)  $\max x, x = 0$  نسبی است.  
 (3)  $x = 0$  نقطه  $\min$  نسبی است.  
 (4)  $x = 0$  نقطه عطف است.

**مثال 10)** برای تابع  $f(x) = |x|(x+2)$  نقطه ای به طول  $x = 0$  چه نقطه ای است؟

- (1) ماکسیمم نسبی (2) نقطه عطف (3) مینیمم نسبی (4) مینیمم مطلق است

**مثال 11)** تابع با ضابطه  $f(x) = 4x^2 + x|x|$  مفروض است، کدام گزینه صحیح است؟

- (1)  $x = 0$  نقطه عطف تابع است.  
 (2)  $f'(x) \neq 0$   
 (3)  $x = 0$  نقطه  $\min$  تابع است.  
 (4)  $x = 0$  نقطه  $\max$  تابع است.

**مثال 12)** تابع با ضابطه  $f(x) = \begin{cases} x \operatorname{Arc} \tan \frac{1}{x} & ; x \neq 0 \\ 0 & ; x = 0 \end{cases}$  مفروض است، تابع در  $x = 0$ :

- (1) مینیمم نسبی دارد.  
 (2) ماکسیمم نسبی دارد.  
 (3) نقطه عطف دارد.  
 (4) ماکسیمم مطلق دارد.

**مثال 13)** تابع پیوسته  $f$  در یک همسایگی بدون مرکز صفر مشتق پذیر و  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f'(x) = -1$  و  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f'(x) = 1$  تابع در  $x = 0$ :

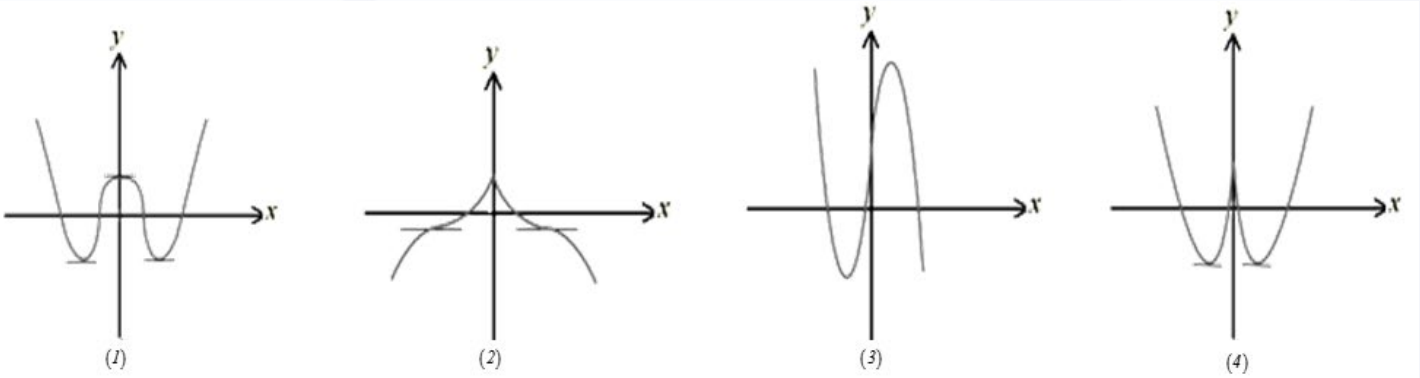
- (1) مینیمم نسبی دارد.  
 (2) ماکسیمم نسبی دارد.  
 (3) نقطه عطف دارد.  
 (4) ماکسیمم مطلق دارد.

مثالها

**مثال 14** اگر  $f$  تابعی اکیداً نزولی با دامنه  $R$  و  $g(x) = f\left(\frac{1}{x^2+1}\right)$  آنگاه در مورد  $g$  کدام همواره صحیح است؟

- (1) در  $R$  اکیداً صعودی است.  
 (2) در  $R$  اکیداً نزولی است.  
 (3) در  $x=0$  ماکسیمم نسبی دارد.  
 (4) در  $x=0$  مینیمم نسبی دارد.

**مثال 15** تابع  $f$  در  $R$  پیوسته و در  $R - \{0\}$  مشتق پذیر است و  $f(0) = 2$  و  $f(-2) = f(2) = -3$  و  $f'(-2) = f'(2) = 0$  اگر  $x > 2$  یا  $-2 < x < 0$  آنگاه  $f'(x) > 0$  و اگر  $x < -2$  یا  $0 < x < 2$  آنگاه  $f'(x) < 0$  کدام یک می تواند نمودار  $f$  باشد؟



**مثال 16** تابع چند جمله ای  $f$  مفروض است به طوری که  $f(2) = 3$  و به ازای هر  $x > 2$  داریم  $f'(x) < 0$  و به ازای هر  $x < 2$  داریم  $f'(x) > 0$  در این صورت معادله  $f(x) = 2$  چند ریشه حقیقی دارد.

- (1) هیچ  
 (2) 2  
 (3) حداکثر یک ریشه دارد.  
 (4) یک ریشه مضاعف دارد.

**مثال 17** تابع با ضابطه  $f(x) = x \cos x$  در بازه  $[0, 2\pi]$  چند اکسترمم نسبی دارد؟

- (1) 1  
 (2) 2  
 (3) 3  
 (4) 4

**مثال 18**  $f(x) = x - \tan x$  در بازه  $\left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$  چند اکسترمم نسبی دارد؟

- (1) 0  
 (2) 1  
 (3) 2  
 (4) نامتناهی

مثالها

**مثال 19)** به ازای چه مقادیر  $c$  تابع  $f(x) = x^2 + cx^{-2}$  دارای اکسترمم نسبی می باشد؟

- (1)  $c < 0$  (2)  $c \geq 0$  (3)  $c < -1$  (4) فقط  $c = 0$  یا  $c = 1$

**مثال 20)** به ازای چه مقادیر  $a$  تابع  $f(x) = ax + \frac{1}{x}$  ماکسیمم و مینیمم نسبی دارد؟

- (1)  $a \geq 0$  (2)  $a > 0$  (3)  $a < 0$  (4)  $-1 < a < 1$

**مثال 21)** به ازای کدام مقدار  $a$ ، تابع  $f(x) = x - ax^{-1}$  در  $x = -2$  اکسترمم نسبی دارد؟

- (1) 0 (2) 1 (3) 2 (4) -4

**مثال 22)** تابع  $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^3}$  دارای چند اکسترمم نسبی است؟  $x \neq 0$

- (1) هیچ (2) 1 (3) 2 (4) 3

**مثال 23)** تابع با ضابطه  $f(x) = x\sqrt{9 - x^2}$  در دامنه اش :

- (1) صعودی است . (2) نزولی است .  
(3) دو اکسترمم نسبی دارد . (4) یک اکسترمم نسبی دارد .

**مثال 24)** مختصات نقطه مینیمم تابع  $f(x) = \frac{x^2 - 4x - 5}{x^2 - 4x + 5}$  کدام است ؟

- (1)  $(2, -9)$  (2)  $(1, -4)$  (3)  $(-2, 9)$  (4)  $(-1, 0)$

**مثال 25)** نقاط اکسترمم تابع با ضابطه  $f(x) = e^{-x} \sin x$  روی کدام منحنی واقع اند ؟

- (1)  $y = \pm e^{-x}$  (2)  $y = \pm 2e^{-x}$  (3)  $y = \pm \sqrt{2}e^{-x}$  (4)  $y = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}e^{-x}$

**مثال 26)** کدام نقطه زیر ماکسیمم تابع  $f(x) = \frac{x}{e^x}$  است؟

- (1)  $(0, 0)$  (2)  $(1, 0)$  (3)  $(1, \frac{1}{e})$  (4)  $(-1, -e)$

مثالها

مثال 27) تابع  $f(x) = x^2 e^{-x^2}$  چند اکسترمم نسبی دارد؟

- (1) هیچ (2) 1 (3) 2 (4) 3

مثال 28) تابع با ضابطه  $f(x) = x^2 + \frac{4}{x^2 + 1}$  چند اکسترمم نسبی دارد؟

- (1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4

مثال 29) مکان هندسی نقطه مینیمم تابع  $f(x) = x^2 - 2x \sin \alpha + 1$  کدام است؟

- (1)  $f(x) = 1 - x^2$  (2) قسمتی از نمودار  $f(x) = 1 - x^2$  که  $|x| \leq 1$  باشد.  
 (3) قسمتی از نمودار  $f(x) = 1 - x^2$  که  $|x| \geq 1$  باشد. (4) قسمتی از نمودار  $f(x) = x^2 + 1$  که  $|x| \leq 1$  باشد.

مثال 30) به ازای چه مقادیری از  $n$  تابع  $f(x) = x^n$  در نقطه  $x = 0$  دارای مینیمم نسبی است؟

- (1) فقط  $\forall n \in \mathbb{N}$  که  $n$  زوج است. (2)  $\forall n = \frac{k}{m}$  که  $n, m$  صحیح و مثبت باشند.  
 (3)  $\forall n = \frac{k}{m}$  که  $k, m$  صحیح و مثبت و  $m$  زوج و  $k$  فرد است. (4)  $\forall n = \frac{k}{m}$  که  $k, m$  صحیح و مثبت و  $m$  فرد و  $k$  زوج است.

مثال 31) تابع با ضابطه  $f(x) = x^2(x-1)^2(x-2)^3$  مفروض است، گزینه صحیح است؟

- (1) تابع در  $x = 0, x = 1, x = 2$  اکسترمم نسبی دارد. (2) تابع در  $x = 2$  اکسترمم نسبی دارد.  
 (3) تابع در  $x = 0, x = 1$  اکسترمم نسبی دارد. (4) این تابع اکیداً یکنوا بوده و اکسترمم نسبی دارد.

مثال 32) تابع  $f(x) = (x^2 - 1)(x^3 - 1)^3$  در نقطه ای بطول یک :

- (1) مینیمم دارد. (2) ماکسیمم دارد. (3) عطف دارد. (4) مشتق پذیر نیست.

مثال 33) در تابع  $f(x) = (x^2 - 1)(x^2 + m)(x^2 - 4)$  معادله  $f'(x) = 0$  چند ریشه دارد؟

- (1) 5 (2) 3 (3) حداقل 3 ریشه (4) حداقل 5 ریشه

مثال‌ها

**مثال 34** تمام نقاط اکسترمم نسبی تابع با ضابطه  $f(x) = \sin \frac{\pi}{x}$  در کدام بازه واقع اند؟

- (1)  $[-1, 1]$  (2)  $\left[-\frac{1}{\pi}, \frac{1}{\pi}\right]$  (3)  $(-3, 3)$  (4)  $(-2, 2)$

**مثال 35** نقاط اکسترمم تابع با ضابطه  $f(x) = |x| \sin x$  ریشه‌های کدام معادله اند؟

- (1)  $|x| = \tan x$  (2)  $\tan x = x$  (3)  $|\tan x| = x$  (4)  $\tan x = -x$

**مثال 36** تابع با ضابطه  $f(x) = x^3 + \cos x$  چند اکسترمم نسبی دارد؟

- (1) هیچ (2) 2 (3) بی شمار (4) 1

**مثال 37** تابع با ضابطه  $f(x) = \frac{\sin^2 \pi x}{x^2 + 1}$  در  $x = 0$  کدام وضعیت را دارد؟

- (1) نقطه عطف دارد. (2) ماکسیمم نسبی دارد. (3) مینیمم نسبی دارد. (4)  $f'(0) = 0$  اما  $x = 0$  اکسترمم نسبی نمی باشد.

**مثال 38** تابع با ضابطه  $f(x) = x^2 [x]$  در بازه  $(-1, 1)$  مفروض است، کدام همواره صحیح است؟

- (1)  $f'(0) = 0, f'(x) \leq 0, x = 0$  نقطه عطف تابع است. (2)  $f'(0) = 0$  و تابع در  $x = 0$  مینیمم نسبی دارد. (3)  $f'(0) = 0$  و تابع در  $x = 0$  ماکسیمم نسبی دارد. (4)  $f'(0) = 0$  اما تابع در  $x = 0$  اکسترمم نسبی دارد.

**مثال 39** به ازاء کدام مقادیر  $m$ ، مجموع مربعات طولهای  $\max, \min$  تابع  $f(x) = x^3 + 2(m-1)x^2 - 3x$  کمترین مقدار را دارد؟

- (1) هیچ (2) 2 (3) بی شمار (4) 1

**مثال 40** در چند نقطه از تابع با ضابطه  $f(x) = x - 3\sqrt[3]{x}$  مماس موازی محور  $x$  ها است؟

- (1) هیچ (2) 1 (3) 2 (4) 3

**مثال 41** به ازای چه مقداری از  $m$  تابع  $f(x) = x^3 - 3mx + 2$  دارای مماس موازی محور طولها می باشد؟

- (1)  $m > 0$  (2)  $m \geq 0$  (3)  $m \leq 0$  (4) فقط  $m = 0$

مثالها

**مثال 42)** به ازای چه مقدار  $m$  تابع  $f(x) = x^3 - 3mx^2 + 9x - 1$  همواره یک ماکسیمم و یک مینیمم دارد؟

- (1)  $|m| < 3$       (2)  $|m| < \sqrt{3}$       (3)  $|m| \geq \sqrt{3}$       (4)  $|m| > \sqrt{3}$

**مثال 43)** در تابع به معادله  $f(x) = \frac{x^2 - x + m}{x - 1}$  حدود  $m$  را چنان بیابید تا منحنی این تابع یک max و یک min داشته باشد.

- (1)  $m > 0$       (2)  $m < \sqrt{3}$       (3)  $m \geq \sqrt{3}$       (4)  $|m| > \sqrt{3}$

**مثال 44)** در تابع با ضابطه  $f(x) = x\sqrt{a^2 - x^2}$  نقطه  $x = \sqrt{2}$  طول ماکسیمم نسبی تابع است، مقدار مینیمم تابع برابر است با:

- (1) 2      (2) -2      (3)  $-2\sqrt{2}$       (4)  $\sqrt{2}$

**مثال 45)** کدام گزینه صحیح است؟

- (1) تابعی وجود دارد که در یک نقطه ناپیوسته اما در آن نقطه مشتق پذیر و با مشتق متناهی باشد.
- (2) اگر  $f$  روی  $[a, b]$  پیوسته باشد، روی  $(a, b)$  مشتق پذیر است.
- (3) اگر  $f$  روی  $[a, b]$  مشتق پذیر باشد، آنگاه نقطه ای مانند  $c$  بین  $a, b$  هست که  $f'(c) = 0$ .
- (4) اگر  $f$  روی  $R$  مشتق پذیر و در  $x = c$ ، ماکسیمم یا مینیمم نسبی داشته باشد آنگاه  $f'(c) = 0$ .

**مثال 46)** تابع  $f(x) = \begin{cases} x^3 + 1 & ; x < 1 \\ 1 + \frac{1}{x} & ; x \geq 1 \end{cases}$  چند اکسترمم نسبی دارد؟

- (1) هیچ      (2) یک      (3) دو      (4) سه

**مثال 47)** تابع  $f$  در هر نقطه از بازه  $[a, b]$  تعریف شده و در  $\{c\} - [a, b]$  پیوسته و مشتق پذیر است ( $c$  نقطه درونی بازه است) اگر به

- (1)  $x = c$  ماکسیمم نسبی است.      (2) اگر  $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$  موجود و حقیقی باشد حتماً اکسترمم نسبی است.
- (3)  $x = c$  حتماً اکسترمم نسبی است.      (4) اگر در  $x = c$  پیوستگی راست داشته باشد مینیمم نسبی است.

مثالها

**مثال 48** تابع  $f$  در  $R$  پیوسته و در  $R - \{5\}$  مشتق پذیر است.  $f(3) = 5$  ،  $f(5) = 0$  ،  $f'(3) = 0$  اگر برای  $x > 5$  یا  $x < 3$  ،  $f'(x) > 0$  و اگر برای  $3 < x < 5$  ،  $f'(x) < 0$  این تابع چند اکسترمم نسبی دارد ؟

0 (1)                      1 (2)                      2 (3)                      3 (4)

**مثال 49** کدام گزینه صحیح است ؟

- (1) فرض کنیم  $f$  در فاصله  $(a, b)$  مشتق پذیر باشد و  $\lim_{x \rightarrow c} f'(x) = \infty$  ،  $(a < c < b)$  در این صورت حتماً  $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = \infty$  .
- (2) اگر  $f$  در نقطه  $x = x_0$  دارای ماکسیمم نسبی باشد  $f'(x_0) = 0$  است .
- (3) در نقاط ماکسیمم و مینیمم نسبی  $f'$  وجود داشته و مساوی صفر یا مخالف صفر است .
- (4) در نقاط ماکسیمم و مینیمم نسبی، اگر  $f'$  وجود داشته باشد برابر صفر است .

**مثال 50** تابع  $f$  روی  $(0, +\infty)$  پیوسته است و  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$  ،  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$  ، اگر  $f'(x)$  روی تمام نقاط بازه  $(0, +\infty)$  موجود و فقط در  $x = 1$  ،  $x = 4$  صفر باشد و  $f(1) = 1$  ،  $f(4) = 3$  کدام همواره صحیح است؟

- (1) همواره در  $x = 4$  اکسترمم نسبی دارد .
- (2) در  $x = 1$  اکسترمم نسبی دارد اما مطلق ندارد .
- (3) این تابع فقط یک نقطه اکسترمم نسبی دارد .
- (4) این تابع حداقل دو اکسترمم نسبی دارد .

**مثال 51** تابع  $f$  روی  $[-5, 5]$  پیوسته و به ازای هر  $x$  از بازه  $(-5, 0)$  ،  $f'(x) < 0$  و به ازای هر  $x$  از  $(0, 5)$  ،  $f'(x) > 0$  . اگر

$f(-5) = 10$  ،  $f(0) = 2$  ،  $f(5) = 11$  باشد، کدام گزینه صحیح است؟

- (1) در  $x = -5$  مینیمم نسبی دارد .
- (2) در  $x = 5$  ماکسیمم نسبی دارد .
- (3) در  $x = 0$  مینیمم نسبی دارد .
- (4) در  $x = -5$  ماکسیمم مطلق دارد .

**مثال 52** اگر تابع  $f(x)$  در دامنه اش  $R$  اکیداً صعودی باشد و  $g(x)$  تابع دلخواهی باشد، کدام گزینه صحیح است؟

(توابع  $f, g$  در دامنه اشان مشتق پذیرند)

- (1) طولهای نقاط  $\min, \max$  دو تابع  $f(x)$  ،  $g(f(x))$  یکی می باشد .
- (2) تابع  $f(g(x))$  اکیداً صعودی است .
- (3) طولهای نقاط  $\min$  و  $\max$  دو تابع  $g(x)$  ،  $f(g(x))$  یکی می باشند.
- (4) تابع  $f(g(x))$  اکیداً یکنوا است .



مثالها

**مثال 53** اگر تابع پیوسته  $f$  در نقطه  $x_0$  دارای اکسترمم نسبی باشد و  $f'(x_0)$  موجود و متناهی باشد، آنگاه  $f'(x_0) = 0$  است.