

مثالها

مثال) جهت تقعر و نقاط عطف منحنی توابع زیر را مشخص کنید .

1) $y = 3x^5 - 5x^4 + 1$

2) $y = \frac{x^5}{20} - \frac{x^3}{6} + 4x - 5$

3) $y = (x-1)^4$

4) $y = \frac{x^3}{(x+1)^2}$

5) $y = \frac{-x}{(x^2+1)}$

6) $y = x^6 - 6x + 1$

7) $f(x) = \frac{1}{15}x^6 - \frac{1}{2}x^4$

8) $f(x) = \frac{x^3 + 3x + 1}{x^2}$

9) $f(x) = \sin x$; $-2\pi \leq x \leq 2\pi$

10) $f(x) = \sin x - x$

11) $f(x) = x + \cos x$

12) $f(x) = \cos \pi(x - [x])$

مثال 13) تابع $f(x) = |x^3|$ مفروض است نقاط اکسترمم و عطف تابع را بررسی کنید .

مثال 14) تقعر منحنی $f(x) = x^4$ را در $x = 0$ را بدست آورید.

مثال 15) در منحنی $f(x) = x^5 + 4x + 1$ نقطه عطف را مشخص کنید.

مثال 16) نقاط اکسترمم ، جهت تقعر و نقطه عطف تابع $f(x) = 3x^5 - 10x^3$ را مشخص کنید و نمودار آن را رسم کنید.

مثال 17) ثابت کنید نمودار تابع $f(x) = \frac{2x}{3x^2 + 2}$ دارای سه نقطه عطف است که بر یک استقامتند .

مثال 18) نمودار تابع پیوسته ای را رسم کنید که در شرایط زیر صدق کند :

$$f(0) = 0, \begin{cases} \forall x < 0 \Rightarrow f''(x) > 0 \\ \forall x > 0 \Rightarrow f''(x) < 0 \end{cases}, \lim_{x \rightarrow 0} f'(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$$

مثالها

مثال 19) نمودار تابع پیوسته ای را رسم کنید که در این شرایط صدق کند :

$$x \neq 0, f(0) = 1, \lim_{x \rightarrow 0^+} f'(x) = 0, \lim_{x \rightarrow 0^-} f'(x) = -\infty, f''(x) < 0$$

مثال 20) نمودار تابع پیوسته ای را رسم کنید که در شرایط زیر صدق کند:

$$f(-2) = f(6) = -2, f(0) = f(4) = 0 \text{ و } f(2) = f(8) = 3 \quad (1)$$

$$f'(0) = 1 \text{ اما } f'(2), f'(6) \text{ وجود ندارد.} \quad (2)$$

$$(3) \text{ اگر } x > 6 \text{ یا } x < 2 \text{ آنگاه } f' \text{ موجود و } f'(x) > 0 \text{ و اگر } |x - 4| < 2 \text{ آنگاه } f' \text{ موجود و } f'(x) < 0.$$

$$(4) \text{ در هر یک از بازه های } (-\infty, 0), (4, 6), (6, +\infty), f''(x) < 0 \text{ و در هر یک از بازه های } (0, 2), (2, 4), f''(x) > 0.$$

مثال 21) تابع پیوسته f در بازه $[-3, 3]$ در شرایط زیر صدق می کند، نمودار تابع را در بازه گفته شده رسم کنید.

$$(1) f(-x) = -f(x) \quad (2) \text{ تابع در } (-3, 3) \text{ مشتق اول و دوم دارد.}$$

$$(3) f(-3) = -2, f(1) = 1, f'(1) = +\infty \quad (4) \begin{cases} \text{if } 1 < x < 3 \Rightarrow f''(x) < 0 \\ \text{if } 0 < x < 1 \Rightarrow f''(x) > 0 \end{cases}$$

مثال 22) اگر $f(0) = 0, f'(0) = 1$ و به ازاء هر $x > 0$ داریم $f''(x) > 0$ ، ثابت کنید به ازاء هر $x > 0, f(x) > x$.

تابع f روی بازه $[0, +\infty)$ پیوسته و روی $(0, +\infty)$ دو بار مشتق پذیر است.