

مثال‌ها

**مثال 1)** اگر بین متغیرهای  $y, x$  رابطه  $y - 3x = 2$  برقرار باشد، در این صورت  $\min$  مقدار  $y^2 - 7x^2$  را بدست آورید.

**مثال 2)** کوتاهترین فاصله منحنی  $y = x^2$  از خط  $y - 2x + 2 = 0$  را حساب کنید .

**مثال 3)** در بین متوازی الاضلاع هایی که میان  $h$  (ارتفاع) و  $a$  (طول یک قاعده)، رابطه  $3a + h = 6$  برقرار باشد ، متوازی الاضلاعی که بیشترین مساحت را دارد، بدست آورید .

**مثال 4)** کوتاهترین فاصله مبدأ مختصات از سهمی به معادله  $y^2 = 2x + 5$  : چقدر است ؟

**مثال 5)** نزدیک ترین نقطه از خط  $\frac{x+2}{2} = \frac{y+1}{1} = z$  به نقطه  $A(1, -1, 0)$  را بیابید.

**مثال 6)** معادله خطی را پیدا کنید که از نقطه  $M(3, 4)$  گذشته و جهت مثبت دو محور  $oy, ox$  را در  $A$  و  $B$  قطع کند به طوری که مساحت مثلث  $OAB$  ،  $\min$  باشد .

**مثال 7)** خط  $y = mx + 1 - m$  به ازاء بعضی از مقادیر  $m$  محور  $ox$  را در  $A$  و محور  $oy$  را در نقطه  $B$  قطع می کند ، اگر مساحت مثلث  $OAB$  ،  $\max$  باشد  $m$  چقدر است ؟

**مثال 8)** دو رأس یک مستطیل بر روی محور  $x$  ها قرار دارد و دو رأس دیگر آن بر روی منحنی به معادله  $y = 4 - x^2$  می باشد ، اکستریم مساحت این مستطیل چقدر است ؟

**مثال 9)**  $\min$  مجموع مربعات ریشه های معادله  $x^2 + (2-t)x - t - 3 = 0$  را بدست آورید.

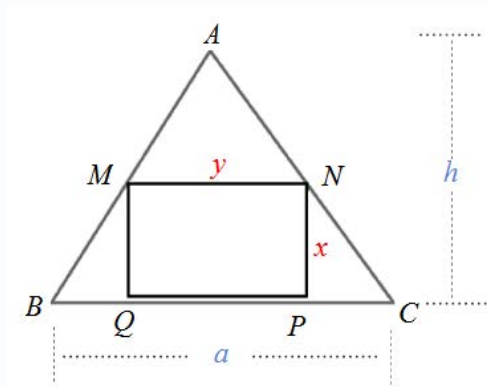
**مثال 10)** مستطیلی را در داخل یک سهمی به معادله  $y^2 = 4px$  چنان محاط کرده ایم که یک ضلع آن روی خط  $x = a$  و دو رأسش روی سهمی باشد ، ابعاد مستطیل را چنان تعیین کنید که مساحت مستطیل ماکزیمم باشد .

مثال‌ها

**مثال 11)** در شکل محدود به سهمی  $y = 27 - x^2$  و محور  $x$  ها مثلث متساوی الساقین  $OAB$  را چنان محاط می کنیم که مساحت آن ماکزیمم باشد ، مساحت این مثلث را بدست آورید.

**مثال 12)** اندازه قاعده کوچک دوزنقه متساوی الساقین 4 و اندازه هر یک از ساقهای آن 2 واحد است . اندازه قاعده دیگر آن چقدر باشد تا مساحت دوزنقه max شود .

**مثال 13)** مثلثی با قاعده ثابت به اندازه  $a$  و ارتفاع ثابت  $h$  وارد بر این ضلع مفروض است .



مستطیلی درون این مثلث چنان محاط کنید که یک ضلع آن روی ضلع به اندازه  $a$  بوده و دو رأس دیگر آن روی دو ضلع مثلث باشد و ماکزیمم مساحت را بیابید.

**مثال 14)** کره ای به شعاع ثابت  $R$  مفروض است . مخروطی با بیشترین حجم در آن محاط کنید .

**مثال 15)** تابلوی  $AB$  به ارتفاع 1 متر روی یک پایه ستونی به ارتفاع 2 متر واقع است . نقطه  $M$  را روی محور  $Ox$  (  $O$  پای ستون ) چنان مشخص کنید که از  $M$  تابلو با بیشترین زاویه دیده شود.

**مثال 16)** می خواهیم یک قوطی به شکل استوانه قائم بسازیم که حجم آن برابر  $16\pi$  باشد. شعاع قاعده استوانه چقدر باشد تا اینکه مساحت کل آن min باشد ؟

مثالها

**مثال 17)** مجموع ارتفاع و قطر قاعدهٔ یک استوانه قائم برابر 3 است، ارتفاع این استوانه چقدر باشد تا حجمش max شود؟

**مثال 18)**  $x$  و  $y$  دو عدد مثبتی هستند به طوری که  $x + y^2 = 10$ ، بیشترین مقدار  $x + y$  را بیابید.

**مثال 19)** ثابت کنید اگر  $x$  و  $y$  متغیرهای مثبتی باشند که مجموعشان عددی ثابت باشد در این صورت حاصل ضرب  $x^n \cdot y^m$

$$\text{وقتی max است که } \frac{x}{n} = \frac{y}{m}$$

**مثال 20)** ثابت کنید اگر  $x$  و  $y$  متغیرهای مثبتی باشند و  $x^n + y^n = k$  ( $n \geq 2$ ) در این صورت  $S = x + y$  وقتی max است که  $x = y$ .

**مثال 21)** ثابت کنید اگر  $x$  و  $y$  متغیرهای مثبتی باشند و  $x + y = k$  در این صورت  $p = x^n + y^n$  وقتی min است که  $x = y = \frac{k}{2}$  باشد. ( $n \in \mathbb{N}$ )

**مثال 22)** مجموع دو عدد مثبت 15 است، بیشترین مقدار حاصل ضرب یکی از آنها در مربع دیگری کدام است؟

- 100 (1)      500 (2)      1000 (3)      1500 (4)

**مثال 23)** در بین استوانه های با حجم ثابت 100 اگر سطح کل مینیمم باشد  $r$  شعاع قاعده کدام است؟

- $\sqrt[3]{\frac{\pi}{5}}$  (1)       $\sqrt{\frac{50}{\pi}}$  (2)       $\sqrt[3]{\frac{50}{\pi}}$  (3)       $\sqrt[3]{\frac{100}{\pi}}$  (4)

**مثال 24)** کمترین فاصله نقاط منحنی  $y = \sqrt{x^2 + 1}$  از  $A(2, 0)$  کدام است؟

- $\sqrt{3}$  (1)      3 (2)       $\sqrt{2}$  (3)      1 (4)

**مثال 25)** عرض نقطه  $M$  را روی  $y = x^2$  که  $y \leq 1$  طوری پیدا کنید که  $MA^2 + MB^2$  کمترین باشد.

- $\frac{1}{2}$  (1)       $\frac{7}{2}$  (2)      1 (3)      صفر (4)

مثال‌ها

**مثال 26)** خط  $y = a$  منحنی  $y = x^2$  را در دو نقطه  $A, B$  قطع می‌کند،  $a$  چقدر باشد تا زاویه  $AOB$  (  $O$  مبدأ مختصات )  $90^\circ$  باشد؟

$a = 3$  (4)

$a = 4$  (3)

$a = 2$  (2)

$a = 1$  (1)

**مثال 27)** اگر  $k \leq \frac{1}{2}$ ، کوتاهترین فاصله نقطه  $(0, k)$  از تابع  $y = x^2$  :  $C$  کدام است؟

$k^2$  (4)

صفر (3)

$\sqrt{k - \frac{1}{4}}$  (2)

$|k|$  (1)

**مثال 28)** کمترین فاصله تابع  $y = x^2$  از نقطه  $A(0, 1)$  کدام است؟

$\frac{1}{4}$  (4)

$\frac{\sqrt{3}}{2}$  (3)

$\frac{\sqrt{2}}{2}$  (2)

2 (1)

**مثال 29)** می‌خواهیم جعبه مکعب مستطیل شکل درب باز با قاعده مربع چنان بسازیم که حجم آن  $\frac{1}{2}$  متر مکعب باشد، اندازه ضلع قاعده چقدر باشد تا صفحه فلزی به کار رفته کمترین باشد؟

$\frac{1}{4}$  (4)

2 (3)

$\frac{1}{2}$  (2)

1 (1)

**مثال 30)** ضریب زاویه خطی که از نقطه  $M(3, 4)$  گذشته و دو محور  $ox, oy$  را در قسمت مثبت در دو نقطه  $A, B$  چنان قطع کند که مساحت مثلث  $OAB$  مینیمم باشد، کدام است؟

$-\frac{1}{4}$  (4)

$-\frac{3}{4}$  (3)

$-\frac{4}{3}$  (2)

$\frac{4}{3}$  (1)

**مثال 31)** اگر  $3x + y = 12$  باشد، مینیمم  $A = 10 + (x - y)^2$  به ازای کدام مقدار  $x$  رخ می‌دهد؟

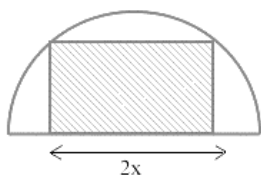
3 (4)

2 (3)

1 (2)

4 (1)

مثال‌ها



**مثال 32)** مطابق شکل مستطیل در نیم دایره به شعاع 10 محاط است ، اگر مساحت

آن ماکزیمم باشد ، این مساحت کدام است ؟

50 (4)

$100\sqrt{2}$  (3)

100 (2)

$5\sqrt{2}$  (1)

**مثال 33)** در مثلثی به ارتفاع 6 و قاعده 8 مستطیلی به مساحت ماکزیمم محاط می کنیم که یک ضلع آن روی قاعده مثلث و دو رأس دیگر

آن روی دو ضلع دیگر مثلث باشد، قطر این مستطیل کدام است ؟

5 (4)

7 (3)

6 (2)

4 (1)

**مثال 34)** مربع مستطیلی که یک ضلع آن بر روی محور  $x$  ها و دو راس آن بر روی  $y = a^2 - x^2$  است ، مفروض است . اگر مساحت این

مربع مستطیل ماکزیمم باشد ، آنگاه مقدار آن کدام است ؟  $(a \neq 0)$  .

$\frac{4a^3}{3\sqrt{3}}$  (4)

$\frac{8a^3}{\sqrt{3}}$  (3)

$\frac{4a^2}{\sqrt{3}}$  (2)

$\frac{4a^2\sqrt{2}}{3}$  (1)

**مثال 35)** به ازای چه مقدار  $m$  مجموع مربعات ریشه های معادله  $x^2 - (m-2)x + m^2 - 1 = 0$  ماکزیمم است؟

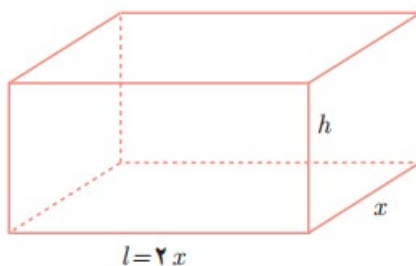
-1 (4)

2 (3)

-2 (2)

صفر (1)

**مثال 36)** می خواهیم مخزنی به شکل مکعب مستطیل در باز بسازیم که حجم آن  $10m^3$  بوده و طول کف مخزن دو برابر عرض آن باشد.



قیمت مصالح مورد نیاز جهت کف این مخزن برای هر متر مربع 100 هزار تومان و این قیمت برای دیواره ها در هر متر مربع 60 هزار تومان

است . عرض کف مخزن چقدر باشد تا هزینه مصالح مصرف شده کمترین مقدار ممکن گردد؟

**مثال 37)** غلظت یک داروی شیمیایی در خون ،  $t$  ساعت پس از تزریق در ماهیچه از رابطه  $C(t) = \frac{3t}{t^3 + 27}$  به دست می آید .

چند ساعت پس از تزریق این دارو ، غلظت آن در خون ، بیشترین مقدار ممکن خواهد بود ؟

مثال‌ها

**مثال 38)** آرتا درون قایقی در نقطه  $P$  قرار دارد که فاصله آن از نزدیک ترین نقطه ساحل یعنی نقطه  $A$  ، معادل 3 کیلومتر است . او می خواهد به نقطه  $B$  در ساحل برسد که در 8 کیلومتری  $A$  قرار دارد . فرض کنید سرعت حرکت قایق  $2 km/h$  و سرعت پیاده روی آرتا در ساحل  $4 km/h$  باشد . اگر او بخواهد در کوتاهترین زمان ممکن به  $B$  برسد، در چه نقطه ای از ساحل باید پیاده شده و به سوی  $B$  پیاده روی کند؟

**مثال 39)** یک برگه کاغذی مستطیل شکل با اضلاع  $x$  و  $y$  در اختیار داریم . با بریدن چهار مربع به ضلع  $h$  از گوشه های آن و تا زدن اضلاع ، یک مکعب ساخته شده است. اگر  $xy = 100 cm^2$  و  $h = 2cm$  ، مقادیر  $x$  و  $y$  را طوری پیدا کنید که حجم این مکعب بیشترین مقدار ممکن شود.