

مثالها

مثال ضریب زاویه خط مماس وقائم بر منحنی های زیر را در نقاط داده شده بدست آورید.

1) $f(x) = x + \frac{1}{x}$; $x = \frac{1}{2}$

2) $f(x) = \frac{1 + \tan x}{1 - \tan x}$; $x = \frac{\pi}{12}$

3) $f(x) = \frac{\text{Arc sin } x}{\text{Arc cos } x}$; $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

4) $\begin{cases} x = 1 - 2 \sin \alpha \\ y = \cos \alpha - 2 \end{cases}$; $\alpha = \frac{\pi}{4}$

مثال 5 معادله خط مماس و خط قائم بر منحنی $f(x) = \frac{8a^3}{4a^2 + x^2}$ را در نقطه ای به طول $x = 2a$ واقع بر آن بنویسید.

مثال 6 معادله قائم بر منحنی $f(x) = \text{Arc sin } x$ را در نقطه ای به عرض $y = \frac{\pi}{6}$ واقع بر آن بنویسید.

مثال 7 معادلات خطوط مماس و قائم بر تابع به معادله $f(x) = x^3\sqrt{x-2}$ را در نقاط $x = 2$ و $x = 0$ بنویسید.

مثال 8 معادله خط مماس بر دایره $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 5 = 0$ را در نقطه ای به طول 2 و با عرض مثبت واقع بر منحنی بنویسید.

مثال 9 معادله خط مماس بر منحنی C با معادلات پارامتری $\begin{cases} x = a \cos^3 t \\ y = a \sin^3 t \end{cases}$ را به ازاء $t = \frac{\pi}{4}$ بدست آورید.

مثال 10 معادله خط مماس بر منحنی به معادلات $\begin{cases} x = \cos t \\ y = t^2 \end{cases}$ را به ازاء $t = 0$ بنویسید.

مثال 11 معادله مماس بر منحنی $a^2x^2 + b^2y^2 = a^2b^2$ را در نقطه (x_0, y_0) روی آن بنویسید.

مثال 12 معادلات خطوط مماس و قائم بر منحنی $\left(\frac{x}{a}\right)^n + \left(\frac{y}{b}\right)^n = 2$ را در نقطه ای به طول a روی آن بنویسید . $a \neq 0$, $b \neq 0$

مثال 13 معادله مماس بر تابع $y = f(x)$ در نقطه به طول $x = 1$ به صورت $y = 2x - 1$ است، معادله خط مماس بر تابع

$g(x) = f(x^3)$ را در $x = 1$ بیابید .

مثالها

مثال 14) اگر f تابعی مشتق پذیر باشد، آنگاه معادله $g(x) = f(x) - f'(a)(x-a) - f(a)$ همواره ریشه مضاعف دارد. توصیف هندسی آن چیست؟

مثال 15) در کدام نقاط از نمودار $x^2 + y^2 - xy = 3$ مماس افقی و در کدام نقاط مماس قائم است؟

مثال 16) خط مماس در هر نقطه به طول α روی تابع $f(x) = x^3$ به غیر از نقطه تماس، در چند نقطه دیگر نمودار را قطع می کند؟

(1) یک نقطه (2) سه نقطه (3) هیچ نقطه (4) دو نقطه

مثال 17) از نقطه ای به طول صفر واقع بر منحنی $f(x) = \text{Arc tan}(1-2x)$ قائمی بر آن رسم می کنیم، معادله خط قائم کدام است؟

(1) $y = x + \frac{\pi}{4}$ (2) $4y - 2x = \pi$ (3) $4y + 2x = \pi$ (4) $4y + 4x = \pi$

مثال 18) معادله خط قائم بر تابع $y = \frac{2}{x}$ در نقطه ای به طول 1 روی آن کدام است؟

(1) $2y - x = 3$ (2) $x + 2y = 5$ (3) $y + 2x = 4$ (4) $2y - 2x = 3$

مثال 19) معادله خط مماس بر منحنی نمایش تابع $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$ در نقطه ای به عرض $a > 0$ برابر است با:

(1) $x = a$ (2) $y = a$ (3) $x = 0$ (4) $y = 0$

مثال 20) از مبدا مختصات به نقاط مختلف نمودار تابع $f(x) = x^2 + 1$ خط رسم می کنیم. نقاطی را پیدا کنید که خط رسم شده بر نمودار این تابع مماس شود.

مثال 21) یک تانک دشمن در صفحه مختصات روی منحنی $f(x) = x^2 - x$ حرکت می کند و یک بسیجی با (آر-پی-جی-7) در نقطه (4,8) منتظر شکار تانک است و زمان مطلوب وقتی است که مسیر گلوله خط راستی مماس بر منحنی f باشد، نقطه مطلوب مسیر تانک را تعیین کنید.

مثال 22) نقطه ای در صفحه پیدا کنید که از آن نقطه دو خط مماس بر سهمی $f(x) = x^2$ بتوان رسم کرد و این خط ها بر هم عمود باشند.