

مثال‌ها

مثال زوج یا فرد بودن توابع زیر را بررسی کنید.

$$1) \ f(x) = \frac{1}{x-x^2}$$

$$2) \ f(x) = 1 - x^2$$

$$3) \ f(x) = \sqrt{x}$$

$$4) \ f(x) = x - |x|$$

$$5) \ f(x) = x\sqrt{|x|}$$

$$6) \ f(x) = \cos x$$

$$7) \ f(x) = x \cdot \sin x$$

$$8) \ f(x) = x^2 \cdot \text{Arc cos } x$$

$$9) \ f(x) = \log|x|$$

$$10) \ f(x) = \log\left(x + \sqrt{x^2 + 1}\right)$$

$$11) \ f(x) = \frac{1}{(a+x)^2} + \frac{1}{(a-x)^2}$$

$$12) \ f(x) = \sqrt[3]{x+2} - \sqrt[3]{2-x}$$

$$13) \ f(x) = \sin x ; x \in [0, 2\pi]$$

$$14) \ f(x) = \sin x$$

$$15) \ f(x) = \log \frac{1+x}{1-x}$$

$$16) \ f(x) = x^2 ; x \in [-1, 2]$$

$$17) \ f(x) = \frac{1}{|x-a|} - \frac{1}{|x+a|}$$

$$18) \ f(x) = \cot \pi(x - [x])$$

$$19) \ f(x) = c$$

$$20) \ f(x) = \left[\frac{a}{b+x} \right] + \left[\frac{a+k(b-x)}{b-x} \right] ; k \in \mathbb{Z}$$

$$21) \ f(x) = 3x - x^3$$

$$22) \ f(x) = \sqrt[3]{(1-x)^2} + \sqrt[3]{(1+x)^2}$$

$$23) \ f(x) = a^x + a^{-x} , (a > 0)$$

$$24) \ f(x) = x^4 + x^2 + 2 \cos x - 3$$

$$25) \ f(x) = x \sin^2 x + x \tan^2 x + \cos x + \tan^2 x$$

$$26) \ f(x) = |x-a| - |x+a|$$

مثال‌ها

$$27) \ f(x) = \log_b \frac{a-x}{a+x}$$

$$28) \ f(x) = \frac{a^x - a^{-x}}{a^x + a^{-x}}$$

$$29) \ f(x) = \left[\frac{3}{2+x} \right] + \left[\frac{17-7x}{2-x} \right]$$

$$30) \ f(x) = \cos \pi x (-1)^{[x]}$$

$$31) \ f(x) = \cos \sin \tan x^3$$

$$32) \ \tan \cot \sin \sqrt[3]{x^5 + x}$$

$$33) \ f(x) = x^2 - [x^2]$$

$$34) \ f(x) = (-1)^{[x]}$$

$$35) \ f(x) = \frac{(-1)^{[x]}}{[x] + [-x]}$$

$$36) \ f(x) = \sin \pi (x - [x])$$

$$37) \ f(x) = \cos \pi (x[-x])$$

$$38) \ f(x) = \frac{\cos \pi (x - [x])}{[x] + [-x]}$$

$$39) \ f(x) = \frac{\sin (x^3 + [x^3])}{[x^3] + [-x^3]}$$

$$40) \ f(x) = g\left(\cos \frac{\pi x}{x^2 + 1}\right), D_f = (0,1)$$

مثالها

$$41) \quad f(x) = \begin{cases} x^2; & x \in Q \\ x^4; & x \in R - Q \end{cases}$$

مثال 42 فرد و یا زوج بودن تابع $f(x) = \frac{x^2 \sqrt{(x-2)^2}}{|x-2|}$ را بررسی کنید.

مثال 43 به ازای چه مقدار a تابع $f(x) = (a-2)x + 3a - 4$

اولاً: زوج است؟

ثانیاً: فرد است؟

مثال 44 اگر تابع حقیقی f فرد و g زوج و $h(x) = 7^{3x}$ بود، خواهد $f(x) + g(x)$ را محاسبه کنید.

مثال 45 تابع f بازاء هر x و y حقیقی در رابطه $f(x+y) + f(x-y) = 2f(x) \cdot f(y)$ متحد با صفر نباشد، زوج و فرد بودن f را تعیین کنید.

مثال 46 فرض کنید $(f(x))^2 + g(x)$ که تابع $h(x) = (f(x))^2 + g(x)$ ممکن است زوج یا فرد باشند.
تحت چه شرایطی h حتماً یک تابع فرد می‌شود؟

مثال 47 فرض کنید $h(x) = (f(x))^2 + g(x)$ که تابع f, g ممکن است زوج یا فرد باشند.
تحت چه شرایطی h حتماً یک تابع فرد می‌شود؟

مثال 48 اگر f یک تابع زوج و غیر ثابت باشد، تعیین کنید که در هر یک از حالات زیر آیا g زوج یا فرد یا آن که نه زوج است و نه فرد.
 (الف) $g(x) = -f(x)$
 (ب) $g(x) = f(-5x)$
 (ج) $g(x) = f(x) + 3$
 (د) $g(x) = -f(x-3)$

مثال 49 مقدار a را طوری پیدا کنید که تابع $f(x) = \log(x + \sqrt{x^2 + 4a^2})$ یک تابع فرد باشد.

مثال‌ها

مثال ۵۰ چه رابطه‌ای بین a ، b و k برقرار باشد تا تابع با ضابطه $f(x) = \log_c(\sqrt{ax^2 + b} + kx)$ تابعی فرد باشد.