

مثالها

مثال 1) اگر $f(x) = x^2 - 4$ باشد، مقادیر زیر را به دست آورید.

$f(3)$

$f(5)$

$f(f(3))$

مثال 2) اگر تابع $f(x) = \frac{3}{2x^2 + 1}$ با دامنه R باشد، مقادیر زیر را به دست آورید.

$f(0)$

$f(\sqrt{2})$

$f\left(\frac{1}{2}\right)$

$f(2x)$

مثال 3) اگر تابع $f(x) = x^2 + \frac{1}{x^2}$ با دامنه $R - \{0\}$ باشد مقادیر زیر را محاسبه نمایید :

$f(1)$

$f(-1)$

$f\left(\frac{1}{x}\right)$

$f\left(\frac{-1}{x}\right)$

$f(\sqrt{x})$

مثال 4) تابع f به صورت $f(x) = \begin{cases} \sqrt{2} + x & ; x \geq 1 \\ \sqrt{2} - x & ; x < 1 \end{cases}$ تعریف شده است، مقادیر زیر را به دست آورید.

$f(\sqrt{2} - 1)$

$f(3 - \sqrt{2})$

$f(-\sqrt{2})$

$f(0)$

$f(f(-1))$

مثال) اگر $f(x) = \sqrt{x^2 + 3}$ باشد، مطلوب است:

5) $f(\sqrt{x})$

6) $f(x^3)$

7) $f(f(x))$

مثال) اگر $f(x) = \begin{cases} \frac{1-x}{1+x} & ; x \leq 1 \\ (7-4\sqrt{3})x^2 & ; x > 1 \end{cases}$ باشد، مطلوب است :

8) $f(2 - \sqrt{3})$

9) $f(2 + \sqrt{3})$

10) $f(\cos 2x)$

مثالها

مثال) اگر $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$ باشد، مطلوبست محاسبه:

11) $f(0)$

12) $f(-x)$

13) $f(x+1)$

14) $f(x)+1$

15) $f\left(\frac{1}{x}\right)$

مثال) در تساوی های زیر، تابع خواسته شده را محاسبه کنید.

16) if $f(x) = x^2 - 2x \Rightarrow f(2x+1) = ?$

17) if $f(x) = x + \frac{1}{x} \Rightarrow f(f(x)) = ?$

18) if $f(x) = \frac{x-1}{x+1} \Rightarrow fff(x) \times f(x) = ?$

مثال 19) اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & ; x \geq 0 \\ 1 & ; x < 0 \end{cases}$ باشد، $f(-f(x))$ را بدست آورید.

مثال 20) مطلوبست محاسبه مجموع ضریبهای چندجمله ای که از بسط عبارت $f(x) = (12x^3 - 54x^2 + 19x + 22)^{71}$ بدست می آید.

مثال 21) اگر $f(x) = \sin x - \cos x$ باشد، ثابت کنید $f(1) > 0$.

مثالها

مثال 22) تابع $f(n)$ به ازاء مقادیر صحیح n معین است و در شرایط زیر صدق می کند:

$$f(1) = 1; f(n) = f(n-1) + a^n$$

مطلوب است $f(n)$.

مثال) با شرطهای زیر، مطلوبست محاسبه $\varphi(x) = \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$.

23) $f(x) = ax + b$

24) $f(x) = x^2$

25) $f(x) = a^x$

مثال 26) ثابت کنید معادله $f(x) = f(a)$ لااقل یک ریشه حقیقی دارد.

مثال 27) اگر تابع $\begin{cases} f: N^2 \rightarrow N \\ f(m, n) = 2^n - m \end{cases}$ باشد، در این صورت $(f(2,1), f(1,2))$ را بدست آورید.

مثال 28) اگر $f(x) = x^2$ ، $g(x) = |x|$ ، درستی یا نادرستی هر یک از گزاره های زیر را بررسی کنید.

$$f(2x) = 2f(x)$$

$$g(2x) = 2g(x)$$

$$f(x+2) = f(x) + 2$$

$$g(x+2) = g(x) + 2$$

مثال 29) اگر $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$ باشد $f\left(-\frac{1}{x}\right)$ را به دست آورید و درستی تساوی $f(x) \times f\left(-\frac{1}{x}\right) = -1$ را بررسی کنید $x \neq -1, 0, 1$:

مثال 30) تابع چند ضابطه ای $f(x) = \begin{cases} -5x - 8 & x < -2 \\ \frac{1}{2}x + 5 & -2 \leq x \leq 4 \\ 10 - 2x & 4 < x \end{cases}$ مفروض است:

مقدارهای $f(0), f(-4), f(4), f(6)$ را حساب کنید و نمودار تابع را رسم کنید.

مثال‌ها

مثال 31) تابع $f(x) = \begin{cases} 4-x^2 & x < 0 \\ x+4 & x \geq 0 \end{cases}$ را در نظر بگیرید.

الف - $f(-2), f(-1), f(0), f(1), f(2)$ را محاسبه کنید و در یک جدول مرتب نمایید.
ب - نمودار تابع را رسم کنید.

مثال 32) اگر تابع f با معادله $f(x) = 2x - 5$ داده شده باشد، مطلوب است:
الف) رسم نمودار تابع f

ب) $f(2), f(3), f(0), f(-7), f\left(\frac{5}{2}\right), f(\sqrt{7})$

مثال 33) اگر داشته باشیم: $f(x) = \begin{cases} 3+x & ; x \leq 0 \\ 3-x & ; x \geq 0 \end{cases}$

اولاً: تابع $f(x)$ را با یک رابطه بنویسید.

ثانیاً: $ff(x)$ را پیدا کنید و نمایش تغییرات آن را رسم کنید.

مثال) در هر یک از حالت‌های زیر تابع خطی $f(x) = ax + b$ را به گونه‌ای به دست آورید که شرط خواسته شده برقرار گردد.

34) $f(f(x)) = 4x + 3$

35) $f(1-x) = 5x + 1$

36) $f(2x+3) = 3x - 2$

مثال 37) اگر $f(x) = ax^2 + bx + c$ را طوری بیابید که این سهمی محور y ها را در نقطه‌ای به عرض 3 و محور x ها نقطه‌ای به طول 1 قطع کند و از نقطه $A(2,3)$ نیز بگذرد.

مثال 38) دو تابع $y = x^2 + ax - 3b$ و $y = -x + b$ با دامنه R داده شده‌اند، a, b را طوری محاسبه کنید که نمودارهای این دو تابع روی محور x ها در نقطه‌ای به طول 1 همدیگر را قطع کنند.

مثال 39) نمودار یک تابع f از نقاط $(-4,3)$ و $(0,-3)$ می‌گذرد. مقدار $f(-4)$ و $f(-1)$ را به دست آورید.

مثال‌ها

مثال 40) هنگامی که غذا از یخچال بیرون آورده می‌شود، دمای آن با گذشت زمان افزایش می‌یابد و مقدار این دما با استفاده از تابع $d(t)$

$$d(t) = 4t + 2 ; 0 \leq t \leq 3 \quad (\text{واحد } t, \text{ ساعت است.})$$

الف) هر کدام از مقادیر زیر را مانند نمونه به دست آورده و آنها را تفسیر کنید .

$$d(2) = 10$$

دمای غذایی که دو ساعت از یخچال بیرون مانده است ، برابر 10 درجه سانتی گراد است .

$$d(1) = \dots\dots\dots$$

$$d(3) = \dots\dots\dots$$

ب) همچنین اگر یک ماده غذایی را با دمای 2 درجه سانتی گراد از یخچال بیرون آوریم ، میزان افزایش تعداد باکتری ها با بالا رفتن دما با

استفاده از تابع $n(d)$ با ضابطه زیر به دست می‌آید :

$$n(d) = 20d^2 - 80d + 500 ; 2 \leq d \leq 14$$

که در این تابع ، d دمای ماده غذایی پس از خروج از یخچال بر حسب درجه سانتی گراد است .

$$n(10) = 2(10)^2 - 80(10) + 500 = 1700$$

یعنی تعداد باکتری های موجود در یک ماده غذایی ، پس از خروج از یخچال با رسیدن به دمای 10 درجه سانتی گراد به 1700 افزایش یافته است .

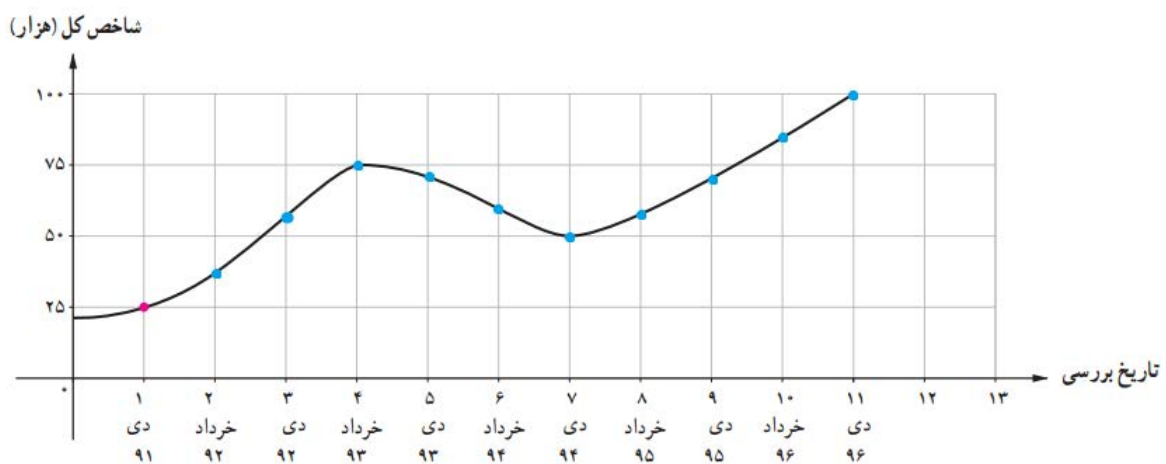
هر کدام از مقادیر زیر را مانند نمونه به دست آورده و آنها را تفسیر کنید .

$$n(2) = \dots\dots\dots$$

$$n(3) = \dots\dots\dots$$

مثال 41) نمودار زیر شاخص قیمت بورس اوراق بهادار تهران (شاخص کل) را از دی ماه 1391 تا دی ماه 1396 به طور تقریبی نشان می‌دهد:

دهد:

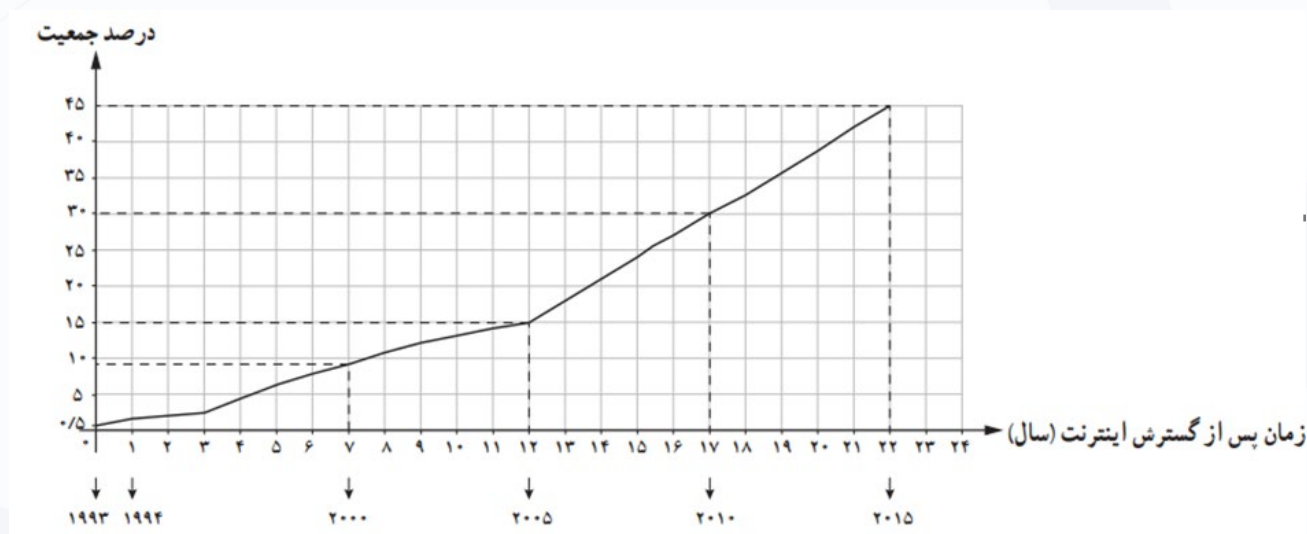


مثال‌ها

از 1 دی 91 تا 4 خرداد 93 شاخص کل افزایش داشته. از 4 خرداد 93 تا 7 دی 94 شاخص کل کاهش داشته است. با توجه به رفتار شاخص کل از دی ماه 94 تا دی ماه 96، اگر رفتار صعودی تابع (شاخص کل) به همین صورت ادامه یابد، کدام عدد زیر تقریب بهتری برای $f(13)$ است:

- 1) 85 / 000
- 2) 105,000
- 3) 112,500
- 4) 100 / 000
- 5) 125 / 000

مثال 42) نمودار زیر درصد جمعیتی از سراسر جهان را نشان می‌دهد که از 1993 که سال گسترش اینترنت در دنیا است، از اینترنت استفاده کرده اند:



الف) اگر $f(n)$ درصد استفاده کنندگان از اینترنت در جهان، n سال پس از گسترش اینترنت باشد، به کمک نمودار داده شده مقادیر $f(1)$ و $f(7)$ را مشخص کنید و معنای آن را توضیح دهید.

$$f(1) = 0.5 \qquad f(7) = 9$$

ب) با توجه به مدل خطی استفاده کنندگان از اینترنت از سال 2005 تا 2015، با به دست آوردن ضابطه تابع خطی، در سال 2020 درصد استفاده کنندگان از اینترنت در جهان را محاسبه کنید.