

مثال‌ها

**مثال**) در تساوی های زیر، تابع خواسته شده را محاسبه کنید.

$$15) \text{ if } af(x) + bf(-x) = cx \Rightarrow f(x) = ?$$

$$16) \text{ if } 2f(1+x) + 3f(1-x) = 5x - 1 \Rightarrow f(x) = ?$$

$$17) \text{ if } f(x-2) + 3f(2-x) = x^2 \Rightarrow f(x) = ?$$

$$18) \text{ if } f(x+y, x-y) = x^2 + y^2 \Rightarrow f(x, y) = ?$$

$$19) \text{ if } f\left(x+2y, \frac{y}{3}\right) = \frac{x}{y} \Rightarrow f(x, y) = ?$$

**مثال 20** تابع  $f$  به ازاء هر  $x \neq \pm 1$  در رابطه  $x^2 f(x) - f(-x) = x$  صدق می کند، معادله  $f$  را بیابید.

**مثال 21** تابع  $f$  به ازاء هر  $x$  حقیقی که  $x \neq 0, 1, -1$  در معادله تابعی  $2f\left(\frac{x-1}{x+1}\right) + f\left(\frac{1+x}{1-x}\right) = x$  صدق می کند، معادله  $f$  را بیابید.

بدست آورید.

**مثال 22** تابع  $f$  به ازاء هر  $x$  حقیقی در معادله  $3f(7-x) - f(x+1) = 40 - 4x$  صدق می کند، معادله  $f$  را بیابید.

**مثال 23** از تساوی زیر  $f(x)$  را تعیین کنید:

$$f\left(\frac{x-1}{x+1}\right) + f\left(\frac{-1}{x}\right) + f\left(\frac{1+x}{1-x}\right) = x ; x \in R - \{-1, 0, 1\}$$

**مثال 24** اگر  $f(a) = f(xy)$  باشد،  $f$  را بیابید.

مثال‌ها

**مثال 25** اگر  $f(0) = 2f(x-3) + f(x-2) - 4$  باشد،  $f$  را بیابید.

**مثال 26** اگر  $3f(-x) + 4f(x) = \frac{1}{x}$  باشد، دامنه و برد تابع  $f$  را تعیین کنید.

**مثال 27** اگر داشته باشیم  $f(x) = \frac{1}{2}(a^x + a^{-x})$  ; ( $a > 0$ ) ثابت کنید  $f(x+y) + f(x-y) = 2f(x) \times f(y)$

**مثال** اگر داشته باشیم  $f(x) + f(y) = f(z)$  به شرط آن که:

$$28) \quad f(x) = ax$$

$$29) \quad f(x) = \frac{1}{x}$$

$$30) \quad f(x) = \operatorname{Arc tan} x \quad (|x| < 1)$$

$$31) \quad f(x) = \log \frac{1+x}{1-x}$$

**مثال 32** اگر داشته باشیم  $a^n(x+1)f(x) = (x+a^n)f(ax)$  ثابت کنید:  $f(x) = (x+a)(x+a^2)\cdots(x+a^n)$

**مثال** اگر  $f(x) = \log(x + \sqrt{x^2 - 1})$  باشد، تساوی های زیر را ثابت کنید:

$$33) \quad f(2x^2 - 1) = 2f(x) \quad (x > 0)$$

$$34) \quad f(4x^3 - 3x) = 3f(x) ; \left( x \leq -\frac{1}{2} \text{ یا } x \geq \frac{1}{2} \right)$$

مثال‌ها

مثال (35) مطلوب است تابع  $f(x)$ ، به شرطی که داشته باشیم  $f(ab) = [f(a)]^b$ .

مثال (36)  $f(x)$  را چنان پیدا کنید که داشته باشیم  $af(x^n) + f(-x^n) = bx^n$  و عدد فرد می‌باشد.

مثال (37) اگر  $y = \sqrt{x} + f(\sqrt{x} - 1)$  باشد، مطلوبست محاسبه  $f(x)$  و  $z$  به شرطی که به ازاء  $y = 1$  داشته باشیم  $z = x$ .

مثال (38) مطلوبست محاسبه  $f(x, y)$  به شرطی که  $f\left(x + y, \frac{y}{x}\right) = x^2 - y^2$ .

مثال (39) تابع  $F_n(x)$  از دو متغیر  $x, n$  داده شده است،  $x$  متغیری حقیقی و  $n$  متغیری طبیعی است،  $F_n(x)$  را پیدا کنید به شرطی که

$$F_{n+1}(x) + F_n(x+1) = F_n(x), \quad F_1(x) = \cos x \quad \text{داشته باشیم:}$$