

مثالها

**مثال** با استفاده از قضیه مقدار میانگین برای انتگرالها، نامساوی های زیر را ثابت کنید.

1)  $\int_0^{\pi} \sin \sqrt{x} dx \leq \pi$

2)  $\int_{-3}^3 \frac{1}{x^2+6} dx \leq 1$

3)  $\int_0^2 \frac{1}{x^2+4} dx \leq \frac{1}{2}$

**مثال 4** اگر  $f(x) = \begin{cases} 0 & ; x \in Q \\ 1 & ; x \notin Q \end{cases}$ ،  $u_n(f)$ ،  $L_n(f)$  به ترتیب مجموع بالا و مجموع پائین ریمان تابع  $f$  در بازه  $[a, b]$  باشند

آنگاه کدام گزینه درست است؟

$u_n(f) = 0$  ،  $l_n(f) = b - a$  (2)

$u_n(f) = l_n(f) = 0$  (1)

$l_n(f) = 0$  ،  $u_n(f) = b - a$  (4)

$f$  انتگرال پذیر است ،  $u_n(f) = l_n(f) = b - a$  (3)

**مثال** از قضیه مقدار میانگین و همچنین قضیه  $\left( \text{if } f(x) \geq g(x) \Rightarrow \int_a^b f(x) dx \geq \int_a^b g(x) dx \right)$  برای اثبات نامساوی های

زیر استفاده کنید.

5)  $0 \leq \int_2^5 \frac{1}{x^3+1} dx \leq \frac{1}{3}$

6)  $0 \leq \int_0^2 \sin \frac{\pi}{2} x dx \leq 2$

**مثال 7** فرض کنید تابع  $f$  بر  $[-4, 7]$  انتگرال پذیر است. اگر مقدار متوسط  $f$  بر بازه  $[-4, 7]$  برابر  $\frac{17}{4}$  باشد  $\int_{-4}^7 f(x) dx$  را

بدست آورید.