

مثال‌ها

مثال) حدود زیر را با استفاده از قاعده هوپیتال بدست آورید :

$$1) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{\sqrt{2x+3} - 3}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{35} - 2x + 1}{2x^3 - 3x + 1}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+1)^3 - (3x+1)}{x^3 + x^2}$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x + \cos x - 2}{x^2}$$

$$5) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos ax - \cos bx}{cx^2}$$

$$6) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \tan x}{x - \sin x}$$

$$7) \lim_{x \rightarrow a} \frac{x^m - a^m}{x^n - a^n}$$

$$8) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{4 \operatorname{Arc tan} x - \pi}$$

$$9) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[x]{x} - \sqrt[4]{x}}{\sqrt[x]{x} - \sqrt[5]{x}}$$

$$10) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{\pi} - \sqrt{\operatorname{Arc cos} x}}{\sqrt{x+1}}$$

$$11) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x}}{\sin x}$$

$$12) \lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt[5]{x} - \sqrt[5]{a}}{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{a}}$$

$$13) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - \sqrt{3x}}{27 - x^3}$$

$$14) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 4x + 2}{x^3 - 3x + 2}$$

$$15) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^n - nx + (n-1)}{(x-1)^2}$$

$$16) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{Arc tan} x - \operatorname{Arc sin} x}{x^3}$$

$$17) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt[4]{x} - 1}$$

$$18) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{1 - 2 \cos x}{\pi - 3x}$$

$$19) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - 1}{\sqrt{x^2 + 16} - 4}$$

$$20) \lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt{x-b} - \sqrt{a-b}}{x^2 - a^2}; (a > b)$$

$$21) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi^+}{2}} \frac{\sqrt{1 + \cos 2x}}{\sqrt{\pi} - \sqrt{2x}}$$

مثال‌ها

$$22) \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{(1-x)^m - x^m}{(1-x)^n - x^n}$$

$$23) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \operatorname{Arc tan} x}{x^3}$$

$$24) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin x \cdot \cos x}$$

$$25) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + x^2 + x^3 + \dots + x^n - n}{x - 1}$$

$$26) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\cot gx}$$

$$27) \lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}} \frac{2 + 2 \cos 4\pi x}{(4x - 1)^2}$$

$$28) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin \pi x}{x - 1}$$

$$29) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{\left(\frac{\pi}{2} - x\right)^2}$$

$$30) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2a}} \frac{1 - \sin ax}{(2ax - \pi)^2}$$

$$31) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{x}}{x^3 - 1}$$

$$32) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - \cos x}{x^2}$$

$$33) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\ln(\tan x)}{1 - \cot gx}$$

$$34) \lim_{x \rightarrow 8} \frac{\left(\sqrt{2x} - \sqrt[3]{x^2}\right)^2}{\sin^2 \frac{\pi x}{8}}$$

$$35) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^x - \sin x - 1}{1 - \cos 2x}$$

$$36) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4 \cos^2 \left(h + \frac{\pi}{3}\right) - 1}{h}$$

$$37) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\tan \left(3h + \frac{\pi}{4}\right) - 1}{2h}$$

$$38) \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin \left(\frac{\pi}{2} + 2t\right) - 1}{t}$$

$$39) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x + \sqrt{x}}{x - \sqrt{x}}$$

$$40) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 4x)}{x}$$

$$41) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1 - \cos \pi x}{(4 - x^2)^2}$$

$$42) \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\operatorname{Arc cos} x}{\frac{\pi}{4} - \operatorname{Arc tan} x}$$

$$43) \text{ if } f(x) = \sin x \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{f(x) - f(\pi)}{x - \pi} = ?$$

$$44) \text{ if } f(x) = \operatorname{Arc tan} x \Rightarrow \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1 + 2h) - f(1)}{h} = ?$$

مثال‌ها

$$45) \text{ if } f(x) = (x-1)\sqrt{x^2+8} \Rightarrow \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h)}{h} = ?$$

مثال 46 به ازاء چه مقدار a ، تساوی $\lim_{x \rightarrow a} \frac{(x-a)^2}{1 + \cos \frac{\pi}{a} x} = \frac{2}{\pi^2}$ برقرار است؟

مثال 47 اگر تساوی $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - ax + b}{x - 2} = -1$ برقرار باشد ، در این صورت ab را بدست آورید .

مثال 48 تابع $f(x)$ مفروض است، اگر $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 0$ و $f(0) = 0$ وجود داشته باشد ، این حد برابر است با :

$$\begin{array}{llll} 4 & 1 & 2 & \infty \\ \text{صفر} & (3) & f'(0) & (1) \end{array}$$

مثال 49 تابع f تابعی است حقیقی با دامنه R و $2 \leq |f(x)| \leq |f(x) - 1|$ در هیچ نقطه دارای حد نیست، تابع $f(x)$ در چند نقطه دارای حد حقیقی است ؟