

مثالها

(مثال) حدود توابع زیر را محاسبه نمایید. (با استفاده از هم ارزی)

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x^2} - 1}{5x^2 - 6x^3}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2} - 1}{x \cdot \sin 2x}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x - \sin 2x}{3x - \tan 3x}$$

$$4) \lim_{x \rightarrow a} \frac{\text{Arc sin}(x^3 - a^3)}{\text{Arc tan}(x^2 - a^2)}$$

$$5) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x-1) \cdot \sin(x^2-1)}{\tan(x^3-1) \cdot \tan(x^4-1)}$$

$$6) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[4]{1+2\sin x} - 1}{3x + 4x^2}$$

$$7) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x} - \sqrt[4]{1-x}}{\sin 5x}$$

$$8) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+\tan x} - \sqrt{1+\sin x}}{x^3}$$

$$9) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{2x^2 + 4x^5}$$

$$10) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(\sin 2x)}{x^2}$$

$$11) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{1 - \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)}{(6x - \pi)^2}$$

$$12) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^4 x}{2 - 2\cos(1 - \cos x)}$$

$$13) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^n \cdot \sin \frac{1}{x}}{1 - \cos 2x}$$

$$14) \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1 - x^2}{(\text{Arc cos } x)^2}$$

$$15) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sin x - \tan x)^2}{x^2}$$

$$16) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x \cdot \tan 2x \dots \tan nx}{\sin(\sin(\sin^n x))}$$

$$17) \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sin x^7}{x^3 \cdot \tan^4 x} \right)$$

$$18) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin^n(x^n - 1)}{\tan^n(x^2 - 1)}$$

مثالها

$$19) \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\sin\left(\tan\frac{1}{x^5+x+1}\right)}{\tan\left(\sin\frac{1}{x^4+x+1}\right)}$$

$$20) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - \cos\sqrt{x}}{1 - \sqrt{\cos x}}$$

$$21) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(\text{Arc sin } x - \text{Arc tan } x)}{\sin^2 x - \tan^2 x}$$

$$22) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\text{Arc sin}(\cos x) - \text{Arc tan}(\cos x)}{\sin^3(\cot gx)}$$

$$23) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt[4]{x-3} - 1}{x^2 - 16}$$

$$24) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt[3]{x}-1)\dots(\sqrt[n]{x}-1)}{(x-1)^{n-1}}$$

$$25) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x \cdot \sin 2x \dots \sin nx}{\tan^n x}$$

$$26) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^3 4x^2 + \tan^2 2x}{3x^4 + 2x^3 + x^2}$$

$$27) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+\tan x} - \sqrt{1+\sin x}}{\sin^3 x}$$

$$28) \lim_{x \rightarrow a} \frac{\tan x - \tan a}{x - a}$$

$$29) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x \sqrt{\cos 2x}}{x^2}$$

$$30) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 \cdot \sin \frac{1}{x}}{\sin ax \cdot \tan bx}$$

$$31) \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\tan 2x - \sin 2x}{\sin 2x \cdot \tan^2 2x} \right)$$

$$32) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \sin \pi x - \sin 3\pi x}{x^3}$$

$$33) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+mx} - 1}{x}$$

$$34) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x \sin x} - \sqrt{\cos 2x}}{\tan^2 \frac{x}{2}}$$

$$35) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x - \text{Arc sin } x}{2x + \text{Arc tan } x}$$

$$36) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{1 - \cos \sqrt{x}}$$

$$37) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{a^2+x} - a)}{x} ; a > 0$$

$$38) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \text{Arc tan } x}{x^3}$$

مثالها

$$39) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x - \sin x}{(x \sin x)^{\frac{3}{2}}}$$

$$40) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(\sin x) - \cos x}{x^4}$$

$$41) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(1 + \cos x) - 2 \tan x}{2x - \sin x - \tan x}$$

$$42) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \tan x}{\sqrt{1 + \tan^2 x} - 1}$$

$$43) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(1 - \cos(1 - \cos \dots (1 - \cos x) \dots))}{x^{2n}}$$

$$44) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin(\cot gx)}{(\cot gx)}$$

$$45) \lim_{x \rightarrow 0} x^{-4} \sin \frac{x}{2} \cdot \sin \frac{2x}{3} \cdot \sin \frac{x^2}{6}$$

$$46) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\tan 2x \cdot \cos x}{1 + \cos 2x}$$

$$47) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{Arc sin } \sqrt{1 - \cos x^2}}{x^3 + \sqrt{2}x^2}$$

$$48) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - 7x}{x \cos x}$$

$$49) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(1 - \cos x)}{\sin^4 x}$$

$$50) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(\text{Arc sin } x)}{\sin^2 x}$$

$$51) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 3x - \tan 2x - \tan x}{\sin^3 x}$$

$$52) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan bx - bx}{x^2 \cdot \tan bx}$$

$$53) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)^2 \sin \frac{1}{x-1}}{\sin \pi x}$$

$$54) \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\tan(\sin x^2) \sqrt{2(1 - \cos 2x)}}{2x^3 + 3x^4 + \sin^3 x}$$

$$55) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4 + 2x + x^2} - 2}{x + \tan x}$$

$$56) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^5 x - \tan^2 x}{1 - \cos^3 x}$$

$$57) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - \cos x}{x \sin x}$$

$$58) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x - \sin^2 x}{x^4}$$

مثالها

$$59) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[n]{1+\alpha x} - \sqrt[n]{1-\beta x}}{x}$$

$$60) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\text{Arc tan}(x^2 - 1)}{x^3 + 1}$$

$$61) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos 3x}{\sin x^2}$$

$$62) \lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{\sin(\pi \sin x) \sin \frac{x}{4}}{\sqrt{1 + \cos x}}$$

$$63) \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\text{Arc cos } \sqrt{x}}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$64) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\cos x} - \sqrt{\cos 2x}}{x^2}$$

$$65) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{|\sqrt{1+x} + 1|}{\sqrt{1-\cos 2x} \sqrt{1+2\cos x}}$$

$$66) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\cos x}{\sqrt[3]{(1-\sin x)^2}}$$

$$67) \lim_{x \rightarrow 0} x \left[ \frac{1}{x} \right]$$

$$68) \lim_{x \rightarrow 0} x^5 \left[ \frac{1}{x^3} \right]$$

$$69) \lim_{x \rightarrow 0} x^2 \cdot \left[ \frac{1}{x^4} \right]$$

$$70) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \cos x \left[ \frac{1}{\cos x} \right]$$

$$71) \text{ if } f(x) = a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n, n \in N \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+f(x)} - 1}{x} = ?$$

$$72) \text{ if } f(x) = |\sin^3 x| \Rightarrow \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(h) - f(-2h)}{3h}$$

$$73) \text{ if } f(x) = |\tan x| \Rightarrow \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(h) - f(-2h)}{3h}$$

مثال 74) تابع  $f(x) = x - x^2$  وقتی  $x \rightarrow 0$  میل کند، هم ارز کدام تابع است ؟

1-2x (2)

-x<sup>2</sup> (1)

-sin<sup>2</sup> x (4)

sin x (3)

مثال‌ها

**مثال 75** تابع  $f$  به ازای هر  $x$  و  $y$  حقیقی تعریف شده و در رابطه  $f(x+y) = f(x) + f(y) + xy$  صدق می‌کند، اگر

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 1 \text{ باشد، آنگاه } \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \text{ را بدست آورید.}$$

**مثال 76** اگر  $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \sqrt{x} \sim ax^n$  باشد،  $a+n$  را بدست آورید.

**مثال 77** اگر تساوی  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - ax + b}{\sin(x-1)} = 6$  برقرار باشد،  $b$  را بدست آورید.