

مثال‌ها

مثال) حد توابع زیر را محاسبه کنید.

$$1) \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x+1}{x-1}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-3x+2}{x}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-x^2+2}{3x^2+5x+1}$$

$$4) \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{4x^3-x^2+1}{-2x^3+x-2}$$

$$5) \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{12x^n-x^2+1}{6x^n+x^3+2}$$

$$6) \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x^2+5x-1}{x^3+7x-2}$$

$$7) \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x-5}{2x^2+x-1}$$

$$8) \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x^n-7x+2}{2x^{n+1}+6x^n-1}$$

$$9) \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{6x^2+x-2}{3x-5}$$

$$10) \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-3x^2+6x-1}{2x-7}$$

$$11) \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^3+x-2}{x+3}$$

$$12) \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x^4+x^2-1}{-x^2+5}$$

$$13) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x^2+\sqrt{x+2}}{x^2+5x-1}$$

$$14) \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x+1}{x^2+\sqrt{x+2}}$$

$$15) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2-4x+5}{1+2x-6x^2}$$

$$16) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+1)^2 - (2x+1)^2}{(3x+1)^2 - (4x+1)^2}$$

$$17) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x-1)^{20} \cdot (3x-1)^{30}}{(2x+3)^{50}}$$

$$18) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x(2x-1)(3x-2)\cdots(nx-n+1)}{(nx+1)^n}$$

$$19) \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^3-4x+1}{1-x}$$

$$20) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2-4x-1}{x^3+10}$$

$$21) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+\sqrt{x-1}}{\sqrt{3x+4}-5x}$$

$$22) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x+\sqrt{x^2+1}}{4x-\sqrt{x^2+3}}$$

$$23) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x+|x-2|}{5x-|x+1|}$$

مثال‌ها

$$24) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(2x+1)^4}{(x+1)^2 - (x-1)^2}$$

$$25) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}}{\sqrt{2x-1}}$$

$$26) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \sqrt{x} + \sqrt[3]{x}}{\sqrt{x^4+1}}$$

$$27) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - \sin x}{x - \cos x}$$

$$28) \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{5x+1}{2x+1} \right)^x$$

$$29) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(n+2)! + (n+1)!}{(n+3)!} ; n \in N$$

$$30) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x + |x-1|}{3x + \sqrt{x^2+1}}$$

$$31) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+1)(x^2+1)\dots(x^n+1)}{\left[(nx)^n+1\right]^{\frac{n+1}{2}}}$$

$$32) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \operatorname{Arctan} x}{4-x}$$

$$33) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2\sqrt[n]{n!}}{n^2+n} \right)$$

$$34) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(nx+1)(n^2x^2+1)\dots(n^nx^n+1)}{\sqrt{\left((nx)^{\frac{n}{2}}+1\right)^{n+1}}}$$

$$35) \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\sqrt[4]{16x^4+4x^2-25}}{\sqrt[3]{x^3+x^2-1}}$$

$$36) \lim_{x \rightarrow -\infty} \operatorname{Arctan} \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$$

$$37) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2+1}}{x}$$

$$38) \lim_{n \rightarrow +\infty} (1+x)(1+x^2)(1+x^4)\dots(1+x^{2^n}) ; (|x| < 1)$$

$$39) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+1)^{10} + (x+2)^{10} + \dots + (x+100)^{10}}{x^{10} + 10^{10}}$$

$$40) \lim_{x \rightarrow \infty} x \cdot \left( \operatorname{Arctan} \frac{x+1}{x+2} - \operatorname{Arctan} \frac{x}{x+2} \right)$$

$$41) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - \sin x}{x}$$

$$42) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\left(x - \sqrt{x^2+1}\right)^n + \left(x + \sqrt{x^2+1}\right)^n}{x^n}$$

$$43) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x \sin x}{x^2 + 5}$$

مثال‌ها

$$44) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x \cdot \cos x}{x^2 + 1}$$

$$45) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{1+x^2} \sin \frac{1}{x}}{x}$$

$$46) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{4x - \sqrt{3x}}}{2\sqrt{3x}}$$

$$47) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[3]{x^2} \sin^2 x}{x+2}$$

$$48) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sin \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}}{x^3 + 2}$$

$$49) \lim_{x \rightarrow 0^+} x^2 \cdot \ln x$$

$$50) \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left[ \frac{x^2 + 1}{x^2 + 2} \right]$$

$$51) \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left[ \frac{2x^2 + 3}{x^2 + 1} \right]$$

$$52) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{[x]}{x}$$

$$53) \text{ if } f(x) = \frac{|x|}{1+|x|} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} f(f(x)) = ?$$

$$54) \text{ if } f(x) = \frac{|x|}{1+|x|} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = ?$$

**مثال (55)** اگر  $|x| < 1$  و  $S(x) = 1 + x^2 + x^4 + \dots$  باشد، حد  $S(x)$  وقتی تعداد جمله‌ها بی‌نهایت شود، چقدر است؟

**مثال (56)** دنباله  $a_n = \frac{3n^2 + \sin \frac{n\pi}{2}}{5n - 6n^2}$  مفروض است، کدام گزینه صحیح است؟

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0 \quad (2)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \infty \quad (1)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \frac{3}{5} \quad (4)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = -\frac{1}{2} \quad (3)$$

**مثال (57)** در صورتی که  $n$  عددی صحیح و منفی باشد، مقدار  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(ax+1)^n}{x^n + b}$  را بدست آورید.

**مثال (58)** فرض کنیم تابع  $f$  در فاصله  $(a, +\infty)$  مشتق پذیر و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \infty$  باشد و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = 0$  در این صورت

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} \text{ را بدست آورید.}$$