

مثالها

مثال) حدود زیر را بررسی کنید.

1)  $\lim_{x \rightarrow 3} [x]$

2)  $\lim_{x \rightarrow 1} [x]([x] - 1)$

3)  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{[x] - 1}{x^2 - 1}$

4)  $\lim_{x \rightarrow 0} (x^2 - [x])$

5)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{[x^2] - [x]}{x^2 - 1}$

6)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left[ \frac{1}{x} \right]$

7)  $\lim_{x \rightarrow \infty} x \left[ \frac{1}{x} \right]$

8)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(-1)^{[x]}}{x - 1}$

9)  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{[x^2] - [x]^2}{x^2 - 1}$

10)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{[x]^2 - 4}{x - 2}$

11)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{[x] - 2}$

12)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 [x] - 8}{x - 2}$

13)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - [x]}{x^2 - 1}$

14)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x + (-1)^{[x]})}{x^2 - 1}$

15)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + [x]}{[x] - [-x]}$

16)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 [x] - 4}{x - 2}$

17)  $\lim_{x \rightarrow 0} [x] \cot g x$

18)  $\lim_{x \rightarrow 0} \tan x \left[ \frac{1}{\sin x} \right]$

19)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left[ \frac{1}{\text{Arc tan } x} \right]$

20)  $\lim_{x \rightarrow n} \left( [x] - n \left[ \frac{x}{n} \right] \right) ; n \geq 2$

مثالها

21)  $\lim_{x \rightarrow \frac{k}{a}} ([ax] + [-ax]) ; (k \in \mathbb{Z}, a > 0)$

22)  $\lim_{x \rightarrow n} \frac{\sin \pi(x - [x])}{x - n} ; (n \in \mathbb{Z})$

23)  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x - [x]}$

24)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x + [x])$

25)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - [x]}{x + [x]}$

26)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{(-1)^{[x]}}{x - 3}$

27)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x}{[x] + [-\sin x]}$

28)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{[x]}{\sin x}$

29)  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x - [x]}{\sin \pi x}$

30)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left[ \frac{\sin x}{x} \right]$

31)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(-1)^{[x]+1}}{x^2 - 4}$

32)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - [x^2]}{x^3}$

33)  $\lim_{x \rightarrow \infty} x(x - [x])$

34)  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{[x]}{x}$

35)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{[x^2] - x^2}{x \tan x}$

36)  $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{[2x] \cos \pi x}{2x - 1}$

37)  $\lim_{x \rightarrow 6^+} \frac{2 \left[ \frac{x}{2} \right] - 3 \left[ \frac{x}{3} \right]}{x - 6}$

38)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left[ \frac{1}{x^3 + 1} \right]$

39)  $\lim_{x \rightarrow 0} x^3 \left[ \frac{1}{x^5 + 1} \right]$

40)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{\sin x} - \left[ \frac{1}{\sin x} \right] \right) \tan \pi x$

41)  $\lim_{x \rightarrow n \in \mathbb{Z}} \cos \pi(x - [x])$

42)  $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}} [3x] + [-3x]$

43)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 - 3 \left[ \frac{x^3}{3} \right]}{x^3 + \sqrt{x^2 + 1}}$

مثالها

$$44) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{[\sin x] - 1}{\left(x - \frac{\pi}{2}\right)^2}$$

$$45) \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 - [x^2]) \sin \frac{1}{x^2}$$

$$46) \lim_{x \rightarrow 0} [x^2] \operatorname{sgn} x$$

$$47) \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{[x] - 2}{[-x] + 3}$$

$$48) \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 - 4}{x - [x]}$$

$$49) \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt[3]{x-1}}{\sqrt{x-[x]}}$$

$$50) \lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 \cdot \cos \pi \left[ \frac{1}{x} \right]$$

$$51) \lim_{x \rightarrow 0} [\cos x]$$

$$52) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ 1 + \frac{(-1)^{[x]}}{x} \right]$$

$$53) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ \frac{\sin x}{x} \right]$$

$$54) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2 - 1)(-1)^{[x]}}{[x] + [-x]}$$

$$55) \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\tan \pi (x - [x])}{x - [x]}$$

$$56) \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{(-1)^{[x]} \sin x}{x^2}$$

$$57) \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x^2 - (-1)^{[x^2]})}{x^3 - 1}$$

$$58) \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x + [x]}{[x] - [-x]}$$

$$59) \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^3 [x] - 8}{x - 2}$$

$$60) \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\tan(x - [x])}{|2 - x|}$$

$$61) \lim_{x \rightarrow +\infty} (-1)^{[x]} \operatorname{Arc} \sin \frac{1}{x-2}$$

$$62) \lim_{x \rightarrow 0} \left[ \frac{x}{\tan x} \right]$$

$$63) \lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{x^2 - \pi^2 \left[ \frac{x^2}{\pi^2} \right]}{1 + \cos x}$$

$$64) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{[x^2]}{x^3}$$

$$65) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 - 4 \left[ \frac{x^3}{4} \right]}{x^3}$$

$$66) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x}{2} - [2x] \right)$$

$$67) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)^3 \left[ \frac{1}{(x-1)^2} \right]}{\sin \pi x}$$

$$68) \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x + [x]}{x - \sin x}$$

$$69) \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \left( \left[ x + \frac{3}{2} \right] - \left[ x - \frac{1}{2} \right] \right)$$

مثال‌ها

70) if  $f(x) = x[x] \Rightarrow \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h) - f(-h)}{h} = ?$

مثال 71) تابع با معادله  $f(x) = ([x]-1)([x]-2)$  در کدام نقطه زیر حد دارد؟

2 (4

0 (3

3 (2

1 (1

مثال 72) تابع  $f(x) = \lceil |x^3| \rceil \tan x$  در کدام نقطه زیر حد ندارد؟

$\sqrt{3}$  (4

$\frac{1}{2}$  (3

0 (2

$\sqrt[3]{100}$  (1

مثال 73) اگر تساوی  $\lim_{x \rightarrow 0} (x^3 + ax + b) \left[ \frac{1}{x} \right] = 4$  برقرار باشد، آنگاه  $a - b$  را بدست آورید.

مثال 74) اگر تساوی  $\lim_{x \rightarrow 1} (x^4 - ax^2 + b) \left[ \frac{1}{x-1} \right] = 4$  برقرار باشد، آنگاه  $b$  را بدست آورید.

مثال 75) دو تابع با ضابطه های  $f(x) = \frac{1}{x - [x]}$  ،  $g(x) = x - [x]$  را در نظر گرفته ، حدهای دو تابع را در نقاط صحیح مقایسه کنید.

مثال 76) اگر تابع  $f(x) = \begin{cases} 4 & ; x \in Q \\ -1 & ; x \in R - Q \end{cases}$  باشد، آنگاه تابع با ضابطه  $f(x) = [x-3]f(x)$  در کدام مجموعه دارای حد است؟

$\{3\}$  (4

$\{x \mid 3 < x < 4\}$  (3

$\{x \mid x \geq 3\}$  (2

$Z$  (1

مثال 77) تابع چند جمله ای  $f$  به ازای هر  $x$  از  $[0, 3]$  تعریف شده و به ازای هر  $x$  از  $[0, 3]$  ،  $f(x) < 4$  و  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 4$  است،

در این صورت  $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x)]$  چقدر است؟

مثال‌ها

**مثال 78)** تابع با ضابطه  $f(x) = \frac{x[x]}{3x - |x|}$  مفروض است، مجموع حدهای چپ و راست در  $x = 0$  را بدست آورید.

**مثال 79)** تابع با ضابطه  $f(x) = \frac{x[x]+1}{[x]}$  مفروض است، کدام گزینه صحیح است؟

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 1 \quad (2)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0 \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - x) = 0 \quad (4)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x) = 1 \quad (3)$$

**مثال 80)** تابع با ضابطه  $f(x) = \text{Arc cos}[x]$  مفروض است، تابع در بازه  $(-2, 2)$  در چند نقطه حد ندارد؟