

مثال‌ها

مثال) با رسم جدول و نمودار توابع زیر، وجود حدهای چپ و راست وحد توابع را در نقطه داده شده بررسی کنید.

1) $f(x) = \sqrt{1+x}$; $x=3$

2) $f(x) = \frac{x}{|x|}$; $x=0$

3) $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & ; x < 2 \\ x + 1 & ; x > 2 \end{cases}$; $x=2$

مثال 4) آیا تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} 2 + 10^{-\frac{1}{x}} & ; x > 0 \\ 2 & ; x < 0 \end{cases}$ در $x=0$ دارای حد است؟

مثال 5) آیا تابع با ضابطه $f(x) = (\operatorname{sgn}(x^2 - 1) + \operatorname{sgn}(\sin \pi x))$ در $x=1$ دارای حد است؟

مثال 6) در تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} -x & ; x < 0 \\ x^2 + 1 & ; x > 0 \end{cases}$ ، $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ را بدست آورید.

مثال 7) به ازای چه مقدار a ، تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{ax^2 + b}{x-1} & ; x > 1 \\ \frac{\sin \pi x}{\pi|x-1|} & ; x < 1 \end{cases}$ در $x=1$ دارای حد است؟

مثال 8) a را چنان تعیین کنید که تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} a[x] + 2 & ; x < 0 \\ \frac{|x|}{x} & ; x > 0 \end{cases}$ در $x=0$ دارای حد باشد.

مثال‌ها

مثال 9) در تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} x+2 & ; [x] = 2k \\ 1-x & ; [x] = 2k+1 \end{cases}$ را بدست آورید.

مثال 10) به ازاء چه مقدار a ، تابع با ضابطه $f(x) = ([x]-3)(a-[x])$ در $x=5$ دارای حد است؟

مثال 11) تابع با ضابطه $f(x) = [x]^3 - [x]$ در چند نقطه صحیح، دارای حد است؟

مثال 12) به ازاء چه مقدار a ، تابع با ضابطه $f(x) = a[x] + [x+1]$ در نقطه ای به طول 2 دارای حد است؟

مثال 13) به ازاء چه مقدار a ، تابع با ضابطه $f(x) = (ax+4)[x]$ در نقطه -2 دارای حد است؟

مثال 14) کدام یک از عبارات زیر صحیح است؟

- (1) اگر f در نقطه ای مانند $x=1$ حد داشته باشد و در آن نقطه تعریف شده باشد $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)$.
- (2) تابعی وجود دارد که در نقطه $x=a$ حد دارد و حد چپ و راست آن اعداد $L=1$ ، $L'=2$ است.
- (3) تابعی وجود ندارد که در نقطه $x=b$ حد داشته باشد و حد چپ و راست آن برابر نباشد.
- (4) اگر f در $x=a$ تعریف نشده باشد در آن نقطه حد نیز نخواهد داشت.

مثال‌ها

مثال 15) کدام یک از عبارات زیر صحیح است؟

- (1) اگر تابعی در یک نقطه حد چپ و راست داشته باشد در آن نقطه حد خواهد داشت.
- (2) تابعی وجود دارد که در یک نقطه حد دارد ولی در آن نقطه حد چپ و راست ندارد.
- (3) هر تابع در هر نقطه لااقل یا حد چپ و یا حد راست دارد.
- (4) اگر حد چپ و راست تابع $f(x)$ وقتی $x \rightarrow a$ میل می‌کند، موجود و مساوی باشند $f(x)$ در آن نقطه حد دارد.