

مثالها

مثال 1) اگر $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 2$ باشد، آیا می‌توان گفت $\lim_{n \rightarrow \infty} f\left(\frac{1}{n}\right) = 2$ ؟

مثال 2) اگر $\lim_{n \rightarrow \infty} f\left(\frac{1}{n}\right) = 2$ باشد، می‌توان گفت $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 2$ ؟

مثال 3) تابع $f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & ; x \leq 1 \\ x^2 + 1 & ; x > 1 \end{cases}$ را در نظر بگیرید، به کمک تعریف حد راست، ثابت کنید: $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 2$

مثال 4) به کمک تعریف حد راست ثابت کنید. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{|x|}{x} = 1$

مثال) به کمک حد دنباله، تساوی‌های زیر را ثابت کنید:

5) $\lim_{x \rightarrow a} c = c$

6) $\lim_{x \rightarrow a} x^2 = a^2$

7) $\lim_{x \rightarrow 2} 9x^2 = 36$

8) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2}{x+1} = \frac{4}{3}$

مثال 9) با استفاده از قضیه فشار وحد دنباله، ثابت کنید: $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{\pi}{x} = 0$

مثال 10) اگر دنباله‌ی $a_n = \frac{3n+2}{n+2}$ و تابع $f(x) = (x+1)[x]$ مفروض باشند، دنباله‌ی $\{f(a_n)\}$ به چه عددی همگراست؟

مثال 11) اگر دنباله‌ی $a_n = \frac{4n-3}{4n+2}$ و تابع $f(x) = \frac{[x]}{x-1}$ مفروض باشند، دنباله‌ی $\{f(a_n)\}$ به چه عددی همگراست؟

مثال 12) اگر دنباله‌ی $a_n = \frac{2n+1}{2n}$ و تابع $f(x) = \frac{x+[-x]}{x^2-4}$ مفروض باشند، دنباله‌ی $\{f(a_n)\}$ به چه عددی همگراست؟

مثال‌ها

مثال 13) دنباله‌ی $a_n = \frac{\pi n - 1}{2n + 3}$ و تابع $f(x) = \frac{\sqrt{\sin x} - \sqrt[3]{\sin x}}{1 - \sin^2 x}$ مفروضند، دنباله‌ی $\{f(a_n)\}$ به چه عددی همگراست؟

مثال 14) اگر دنباله‌ی $a_n = \frac{2 - 4n}{n^2}$ و تابع $f(x) = \begin{cases} \tan x \cdot \cos \frac{1}{x} & ; x > 0 \\ 4 & ; x = 0 \\ [x] + [-x] & ; x < 0 \end{cases}$ مفروض باشند، دنباله‌ی $\{f(a_n)\}$ به چه عددی همگراست؟

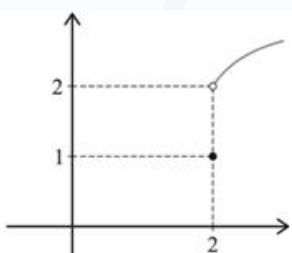
مثال 15) اگر دنباله‌ی $a_n = \frac{n + 5}{n + 7}$ و تابع $f(x) = \frac{x + 1}{2x - 2}$ مفروض باشند، دنباله‌ی $\{f(a_n)\}$ به چه عددی همگراست؟

مثال 16) اگر دنباله‌ی $a_n = \frac{(-1)^n}{3n}$ و تابع $f(x) = \left\lfloor \frac{x}{3} \right\rfloor$ مفروض باشند، آن‌گاه دنباله‌ی $f(a_n)$ به چه عددی همگراست؟

مثال 17) اگر دنباله‌ی $a_n = \sqrt{n} - \sqrt{n + 1}$ و تابع $f(x) = \operatorname{sgn} x$ مفروض باشد، دنباله‌ی $\{f(a_n)\}$ به چه عددی همگراست؟

مثال 18) اگر $a_n = \frac{4n + 1}{2n + 1}$ و $f(x) = b + [2x]$ باشد، به ازای چه مقدار b ، دنباله‌ی $\{f(a_n)\}$ به عدد (1) همگراست؟

مثال 19) اگر $a_n = \frac{2n^2 + b}{n^2 + 3n}$ و $f(x) = \sqrt{x^2 - x - 2}$ مفروض باشند، به ازای چه مقادیر b دنباله‌ی $\{f(a_n)\}$ همگراست؟



مثال 20) دنباله‌ی $a_n = \frac{2n + 1}{n}$ مفروض است، اگر نمودار f به شکل مقابل باشد، $\lim_{n \rightarrow \infty} f(a_n)$ را به دست آورید.

مثالها

مثال 21 اگر $f(x) = \frac{|x^2 - 4|}{x - 2}$ و دنباله‌ی $0 < a_n < 2$ به عدد 2 همگرا باشد، دنباله‌ی $\{f(a_n)\}$ به چه عددی همگراست؟

مثال 22 اگر $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 0$ و دنباله‌ی $\{f(a_n)\}$ به عدد صفر همگرا باشد، از دنباله‌های زیر کدام دنباله برای $\{a_n\}$ مناسب است؟

$$\left\{ \sqrt{n^2 + 6n} - n \right\} (4) \quad \left\{ \frac{3n + 3}{n} \right\} (3) \quad \left\{ \frac{3n + 7}{n + 1} \right\} (2) \quad \left\{ 3 + \frac{2}{n} \right\} (1)$$

مثال 23 اگر $f(x) = \sqrt{2 - 2x^2}$ و دنباله‌ی $f(a_n)$ همگرا به صفر باشد، انتخاب دنباله‌ی $\{a_n\}$ با کدام جمله عمومی صحیح است؟

$$\frac{n + 2}{2n} (4) \quad \frac{n^2 + n}{n^2 + 1} (3) \quad \frac{n^2 + 1}{n^2 - 1} (2) \quad \frac{n^2 - 1}{n^2 + 1} (1)$$

مثال 24 اگر $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 0$ و دنباله‌ی $\{f(a_n)\}$ به عدد صفر همگرا باشد، کدام دنباله‌ی زیر برای $\{a_n\}$ مناسب است؟

$$\left\{ 2 + \frac{3}{n} \right\} (4) \quad \left\{ \sqrt{n^2 + 4n} - n \right\} (3) \quad \left\{ \frac{2n + 3}{n + 1} \right\} (2) \quad \left\{ \frac{2n + 4}{n + 1} \right\} (1)$$

مثال 25 ثابت کنید دو تابع $f(x) = \begin{cases} x + 2 & ; x \in Q \\ 3x + 1 & ; x \in Q' \end{cases}$ در نقطه‌ی $x = \frac{1}{2}$ دارای حد است.