

مثال‌ها

مثال 26) ثابت کنید تابع $f(x) = \sin \frac{1}{x-1}$ در نقطه‌ی $x = 1$ حد ندارد.

مثال 27) ثابت کنید تابع $f(x) = \sin x$ در بی‌نهایت حد ندارد؟

مثال 28) ثابت کنید تابع $f(x) = x[x]$ در نقطه‌ی $x = 3$ حد ندارد؟

مثال 29) ثابت کنید تابع $f(x) = x - [x]$ در بی‌نهایت حد ندارد؟

مثال 30) ثابت کنید تابع $f(x) = \begin{cases} x & ; x > 0 \\ 1 & ; x < 0 \end{cases}$ در نقطه‌ی $x = 0$ حد ندارد.

مثال 31) تابع حقیقی $f(x) = \begin{cases} x+1 & ; \text{گویا } x \\ x & ; \text{گنگ } x \end{cases}$ مفروض است. اگر a عدد گویا باشد، ثابت کنید f در نقطه‌ی $x = a$ حد ندارد؟

مثال 32) ثابت کنید تابع $f(x) = \sin \frac{\pi}{x}$ در نقطه‌ی $x = 0$ حد ندارد؟

مثال 33) ثابت کنید تابع $f(x) = \cos \frac{1}{x}$ در نقطه‌ی $x = 0$ حد ندارد؟

مثال 34) ثابت کنید تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 & ; x < 0 \\ x+1 & ; x > 0 \end{cases}$ در نقطه‌ی صفر حد ندارد.

مثال 35) ثابت کنید تابع $f(x) = \frac{1}{x} \left(1 - x \left[\frac{1}{x} \right] \right)$ در نقطه‌ی $x = 0$ حد ندارد.

مثال 36) ثابت کنید تابع $f(x) = \frac{|x-1|}{x-1}$ در نقطه‌ی $x = 1$ حد ندارد.

مثال 37) ثابت کنید تابع دیریکله $f(x) = \begin{cases} 0 & ; x \in \mathbb{Q} \\ 1 & ; x \in \mathbb{Q}' \end{cases}$ در هیچ نقطه‌ای حد ندارد.

مثال‌ها

مثال 38) اگر دنباله‌ی $a_n = \frac{3n+1}{n+2}$ مفروض باشد و برای اثبات عدم وجود حد $x = [x^2]$ و $x = 3$ استفاده شده باشد، محدوده x چه قدر باشد تا دنباله‌ی $b_n = \frac{6n+m}{2n-1}$ دنباله دیگر مورد استفاده باشد؟

مثال 39) برای اثبات عدم وجود حد در تابع $f(x) = \cos \frac{1}{x}$ در نقطه‌ی $x_0 = 0$ کدام جفت دنباله‌های زیر مناسب است؟

(1) $\left\{ \frac{1}{n} \right\}, \left\{ \frac{-1}{n} \right\}$ (2) $\left\{ \frac{1}{2\pi n}, \frac{1}{4\pi n} \right\}$ (3) $\left\{ \frac{1}{2\pi n} \right\}, \left\{ \frac{1}{2\pi n + \frac{\pi}{12}} \right\}$ (4) هیچ کدام

مثال 40) تابع $f(x) = \left[\frac{1}{x} \right]$ و دنباله‌ی $a_n = \frac{1}{n} + \frac{1}{2}$ مفروض است، کدام دنباله‌ی زیر را انتخاب کنیم تا ثابت شود تابع فوق در $x = \frac{1}{2}$ حد ندارد؟

(1) $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{n}$ (2) $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{n}$ (3) $\frac{n+4}{2n}$ (4) $\frac{n^2+1}{2n^2}$

مثال 41) تابع $f(x) = \begin{cases} 1 & ; x \in Q \\ -1 & ; x \notin Q \end{cases}$ مفروض است، کدام گزینه، عدد وجود حد تابع را در $x = 0$ نشان می‌دهد؟

(1) $\left\{ -\frac{1}{n} \right\}, \left\{ \frac{1}{n} \right\}$ (2) $\left\{ \frac{-\sqrt{2}}{n} \right\}, \left\{ \frac{\sqrt{2}}{n} \right\}$ (3) $\left\{ -\frac{1}{n} \right\}, \left\{ \frac{\pi}{n} \right\}$ (4) $\left\{ \frac{\sqrt{2}}{n} \right\}, \left\{ \frac{-\pi}{n} \right\}$