

مثال‌ها

مثال 1

- الف) دو تابع $f(x) = 3 + 2x$ و $g(x) = 2 - x$ را در نظر بگیرید و توابع $f(x) + g(x)$ و $f(x)g(x)$ را بسازید.
- ب) برای بررسی حد این چهار تابع در صفر جدول زیر را تکمیل کنید.
- پ) حد توابع $f(x)$ و $g(x)$ در صفر چیست؟
- ت) حد توابع $f(x) + g(x)$ و $f(x)g(x)$ در صفر چیست؟
- ث) چه ارتباطی بین حد توابع $f(x) + g(x)$ و $f(x)g(x)$ و حد توابع $f(x)$ و $g(x)$ می‌یابید؟

مثال 2

- الف) تابع $f(x) = 1 - 2x$ را در نظر بگیرید. برای بررسی حد دو تابع $f(x)$ و $\frac{1}{f(x)}$ در نقطه 2 جدول زیر را تکمیل کنید.

x	$1/9$	$1/99$	$1/999$	$\rightarrow 2 \leftarrow$	$2/001$	$2/01$	$2/1$
$f(x)$	$-2/8$	$-2/98$	$-2/998$	$\rightarrow -3 \leftarrow$	$-3/002$	$-3/02$	$-3/2$
$\frac{1}{f(x)}$	$-0/35$	$-0/3355$	$-0/333555$	$\rightarrow -0/33 \leftarrow$	$-0/333111$	$-0/3311$	$-0/31$

- ب) حدهای دو تابع $f(x)$ و $\frac{1}{f(x)}$ در نقطه ۲ چه مقدار هستند و چه رابطه‌ای با هم دارند؟
- پ) برای بررسی حد دو تابع $f(x)$ و $\frac{1}{f(x)}$ در نقطه $\frac{1}{2}$ جدول زیر را تکمیل کنید.
- ت) آیا حدی برای $\frac{1}{f(x)}$ می‌یابید؟ دلیل آن را چه می‌دانید؟

- مثال 3) دو تابع $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 4$ و $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = -3$ مفروض است، حد توابع زیر را با استفاده از قضایای مطرح شده در نقطه $x = x_0$ محاسبه کنید:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)]$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)}$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) - g(x)]$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} 2\sqrt{f(x)}$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \cdot g(x)]$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} [g(x)]^2$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} 2\sqrt{f(x)}$$

مثال‌ها

مثال حد توابع زیر را با مقدار دهی مستقیم بدون استفاده از قضایای مقدماتی حد در نقاط داده شده، محاسبه کنید.

4) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} (4x - 5)$

5) $\lim_{x \rightarrow -1} \left(\frac{1}{2}x + \frac{3}{2} \right)$

6) $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - 2x - 3)$

7) $\lim_{x \rightarrow 2} (-2x^3 + 3x^2 - x + 4)$

8) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x + 2}{x - 2}$

9) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-x^2 + 1}{x^2 + x + 1}$

10) $\lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{(-2x^2 + 1)^3}{x^2 + 1}$

11) $\lim_{x \rightarrow 5} \left(\frac{x + 2}{3x^2 + 4} \times \frac{\sqrt{x - 1}}{x + 1} \right)$

12) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} (2 \sin x - 1)$

13) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} (\cos x + \sin^2 x + 1)$

14) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (\sin^2 x + \cos x)$

15) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^2}{\cos x} \right)$

16) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \left(\sin \frac{\pi x}{2} \right)$

17) $\lim_{x \rightarrow 4} \tan \left(\frac{\pi x}{3} \right)$

18) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left[x \sin \left(x + \frac{\pi}{6} \right) \right]$

19) $\lim_{x \rightarrow \pi} (\cos^2 x + x^2)$

20) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x - 3}}{2 - \sqrt{x}}$

21) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{x \cdot \sin x}{(1 + x) \cos x}$

22) $\lim_{x \rightarrow 2} (2^{x+1} - 3^{2x})$

23) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{2 \sin \left(x - \frac{\pi}{6} \right) + \cos 2x + \sin \frac{x}{2}}{2 \tan \frac{x}{2} + \cos^2 \left(x - \frac{\pi}{4} \right)}$

24) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{\sqrt{x}}$

25) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sqrt{1 - \cos x}}{\sin \frac{x}{2}}$

مثال‌ها

مثال) دو تابع $f(x) = x^2 - x - 2$ و $g(x) = \frac{1}{x-2}$ مفروض است، حد توابع زیر را در نقطه $x = 3$ محاسبه کنید.

26) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$

27) $\lim_{x \rightarrow 3} g(x)$

28) $\lim_{x \rightarrow 3} (f + g)(x)$

29) $\lim_{x \rightarrow 3} (f - g)(x)$

30) $\lim_{x \rightarrow 3} (f \times g)(x)$

31) $\lim_{x \rightarrow 3} (f(x))^3$

32) $\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt[3]{f(x)}$

33) $\lim_{x \rightarrow 3} 3g(x)$

34) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{g(x)}$

مثال 35) در صورتی $f(x+2) = \frac{x+4}{2}$ مقدار $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ را حساب کنید.

مثال) قضایای زیر ثابت کنید:

36) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{f(x)} = \frac{1}{\lim_{x \rightarrow a} f(x)} ; \lim_{x \rightarrow a} f(x) \neq 0$

37) $\lim_{x \rightarrow a} x^n = a^n$

38) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow a} [f(x) - L] = 0$

39) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow a} |f(x)| = 0$