

مثالها

مثال) تساوی‌های زیر را ثابت کنید.

1) $\log_a 1 = 0$

2) $\log_a a = 1$

3)
$$\begin{cases} \log_a MN = \log_a M + \log_a N \\ \log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N \end{cases}$$

4) $\log_{a^p} N^m = \frac{m}{p} \log_a N$

5) $\log_b a \times \log_a b = 1$

6) $\log_b a \times \log_c b = \log_c a$

7) $\log_a (\log_b (\log_c x)) = m \Rightarrow x = c^{b^{a^m}}$

8) $N = (a)^{\log_a N}$

مثال) حاصل عبارات زیر را محاسبه کنید.

9) $\log_2 16$

10) $\log_7 \frac{1}{49}$

11) $\log_2 \sqrt{8}$

12) $\log_{10} 100$

13) $\log_{10} 1000$

14) $\log_{10} 4 + \log_{10} 25$

15) $2\log_{10} 4 + \log_{10} 4$

16) $\log_4 54 - \log_3 2$

17) $2\log_{10} 5 + \log_{10} 4$

18) $2\log_{10} 2 + \log_{10} 250$

19) $3\log_{10} \sqrt[3]{4} - \log_{10} 25$

مثال) اگر $\log_{10} 2 = m$ و $\log_{10} 3 = n$ باشد، عبارات $\log_{10} 18$ و $\log_{10} 27 + \log_{10} 32$ را محاسبه می‌کنیم.

20) $\log_{10} 18$

21) $\log_{10} 32 + \log_{10} 27$

مثالها

(مثال) درستی تساوی‌های زیر را بررسی کنید.

22) $\log_{27} 3 \times \log_3 27 = 1$

23) $\log_7 49 = 2\log_7 7 = 2$

24) $\log_3(\log_3(\log_2 8)) = 0$

25) $\log_{3\sqrt{3}} \sqrt{5} \times \log_{\sqrt{2}} 9 \times \log_{25} 8 = 2$

26) $\sqrt{10^{2+\frac{1}{2}\log 16}} = 20$

27) $\log \frac{75}{16} - 2\log \frac{5}{9} + \log \frac{32}{243} = \log 2$

28) $\frac{1}{\log_{12} 2} - \frac{1}{\log_3 2} = 2$

29) $\frac{\log_a z}{\log_{ab} z} = 1 + \log_a b \quad (a > b > 0, z > 0)$

30) $(\log_{15} 5)^2 + (\log_{15} 3) \times (\log_{15} 75) = 1$

31) $\log_n \frac{2}{1} + \log_n \frac{3}{2} + \dots + \log_n \frac{n}{n-1} = 1$

32) $\log_x \sqrt[3]{x^3 \sqrt{x} \sqrt{x}} = \frac{1}{2}, x > 0, x \neq 1$

33) $\frac{1}{1 + \log_5 3} + \frac{1}{1 - \log_3 \frac{1}{5}} = 1$

34) $\log_{\frac{1}{\sqrt[4]{8}}} \sqrt[3]{16} = -\frac{16}{9}$

35) $\frac{\log_a n \cdot \log_b n}{\log_a n + \log_b n} = \log_{ab} n$

36) $\sqrt{10^{2+\frac{1}{2}\log 16}} = 20$

37) $10^{(2\log \sqrt[4]{6} - \log 2)} = \sqrt{\frac{3}{2}}$

38) $x^{\frac{\log 2 + \log(\log x)}{\log x}} = 2 \log x$

39) $\frac{1}{\log_x \sqrt{xy}} + \frac{1}{\log_y \sqrt{xy}} = 2, 1 \neq y > 0, 1 \neq x > 0$

40) $\log_a \tan 1^\circ \cdot \log_a \tan 2^\circ \dots \log_a \tan 89^\circ = 0$

41) $\log_a \tan 1^\circ + \log_a \tan 2^\circ + \dots + \log_a \tan 89^\circ = 0$

42) $\log \frac{a}{b} + \log \frac{b}{c} + \log \frac{c}{d} - \log \frac{ay}{xd} = \log \frac{x}{y}$

مثال‌ها

43) $\log_x \sqrt{x^3 \sqrt{x^4 \sqrt{x}}} = \frac{17}{24}$; $(x > 0)$

44) $a^{\frac{\log(\log a)}{\log a}} = \log a$

مثال 45) اگر $\log_{14} 28 = a$ باشد $A = \log_{49} 16$ را محاسبه کنید.

مثال 46) اگر $\log_a 27 = b$ باشد، آنگاه $\sqrt[6]{a}$ را پیدا کنید. $(1 \neq a > 0)$

مثال 47) اگر $f(x) = \log \frac{1+x}{1-x}$ و $f(z) = f(x) + f(y)$ باشد، آنگاه z را بر حسب x و y حساب کنید.

مثال 48) اگر $\log_3 12 = a$ باشد، آنگاه $\log_3 18$ را بدست آورید.

مثال 49) اگر $A = \log_5 7$ و $B = \log_8 3$ باشد، آنگاه کدام گزینه صحیح است؟

$B = A + 1$ (4)

$A = B$ (3)

$A < B$ (2)

$A > B$ (1)

مثال 50) اگر $\log_{ab} a = 4$ ، آنگاه $\frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt{b}}$ را بدست آورید.

مثال 51) اگر $\log_{12} 27 = a$ باشد، آنگاه $\log_6 16$ را بدست آورید.

مثال 52) اگر $\log_a x = 8$ و $\log_b x = 3$ و $\log_c x = 6$ باشد، آنگاه $\log_{abc} x$ را بدست آورید.

مثال 53) اگر $\log 5 = a$ باشد، آنگاه $\log_8 100$ را بدست آورید.

مثال 54) اگر $\log_{12} 27 = a$ باشد، آنگاه $\log_3 2$ را بدست آورید.

مثال 55) اگر $x \neq y$ باشد و داشته باشیم $\log_x y = \log_y x$ ، آنگاه ثابت کنید $xy = 1$ می‌باشد.

مثال 56) اگر $\log 2 = a$ باشد، آنگاه $\log 0.125$ را بر حسب a بدست آورید.

مثال 57) اگر $\log \frac{2x+y}{3} = \frac{\log x + \log y}{2}$ باشد، آنگاه $4x^2 + y^2$ بدست آورید .

مثال‌ها

مثال (58) اگر $a^4 = b^3$ باشد، آنگاه $\log_a b$ را بدست آورید.

مثال (59) اگر $\log_5 35 = a$ و $\log_7 625 = b$ باشد، آنگاه چه رابطه‌ای بین a و b برقرار است.

مثال (60) اگر $\log_3 12 = \frac{1}{a}$ باشد، آنگاه $\log_9 64$ برحسب a را بدست آورید.

مثال (61) اگر $\log 2 = 0.301$ و $\log 3 = 0.477$ باشد، آنگاه $\log_4 \sqrt{3}$ را بدست آورید.

مثال (62) اگر $\log 2 = a$ و $\log 3 = b$ باشد، آنگاه $\log 15\sqrt{20}$ را برحسب a و b بدست آورید.

مثال (63) اگر $\log 2 = a$ و $\log 3 = b$ باشد، آنگاه مقدار $\log \frac{8}{9}$ را بر حسب a و b بدست آورید.

مثال (64) از رابطه $x \times 5^{\log a} = a$ مقدار (x) را بیابید.

مثال (65) اگر $\log_9 8 = a$ باشد، آنگاه عبارت $2 \log_3 16 \times \log_{27} 16$ را به دست آورید.

مثال (66) اگر $(4)^{\log_2 9} = (3)^{\frac{1+2+\dots+n}{n}}$ باشد، آنگاه مقدار n را بیابید.

مثال (67) اگر $\log 7 = b$ و $\log 2 = a$ باشد، آنگاه $\log_7 9.8$ را برحسب b و a محاسبه کنید.

مثال (68) اگر $\log_6 2 = a$ باشد، آنگاه $\log_2 9$ را محاسبه کنید.

مثال (69) جذر عبارت $A = (\log_4 27)(\log_{\sqrt{5}} 8)(\log_3 25)$ را بدست آورید.

مثال (70) اگر $A = (\log_5 3)^{\cos x}$ باشد، آنگاه $\max(A)$ را بدست آورید.

مثال‌ها

مثال 71) اگر $xyz = 10^6$ ، ماکزیمم $p = \log x \cdot \log y \cdot \log z$ را بدست آورید. ($x, y, z > 1$)

مثال 72) اگر $x + y + z = 300$ باشد، ماکزیمم $S = \log x + \log y + \log z$ را بدست آورید.

مثال 73) اگر $N = 1368!$ باشد، آنگاه حاصل عبارت $S = \frac{1}{\log_2 N} + \frac{1}{\log_3 N} + \dots + \frac{1}{\log_{1368} N}$ را بدست آورید.

مثال 74) به ازاء چه مقادیری از a معادله $x^2 - 2x + \log a = 0$ ریشه های حقیقی دارد.

مثال 75) اگر $\log \frac{a+b}{3} = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$ باشد، آنگاه مقدار $a^2 + b^2$ را بدست آورید.

مثال 76) فرض کنیم سه عدد مثبت $\frac{1}{a}$ و $\frac{1}{b}$ و $\frac{1}{c}$ به ترتیب سه جمله یک دنباله هندسی باشند در مورد $\log a$ و $\log b$ و $\log c$ چه حکمی

می‌توان کرد؟

- (1) سه جمله متوالی دنباله حسابی است.
- (2) سه جمله متوالی دنباله هندسی است.
- (3) $\log a$ واسطه حسابی بین $\log b$ و $\log c$ است.
- (4) $\log a$ واسطه هندسی بین $\log b$ و $\log c$ است.

مثال 77) اگر $x = \log_a bc$ ، $y = \log_b ca$ ، $z = \log_c ab$ باشد، ثابت کنید $xyz = x + y + z + 2$.

مثال 78) اگر $4a^2 + 9b^2 = 4ab$ ثابت کنید $\log \frac{2a+3b}{4} = \frac{\log a + \log b}{2}$.

مثال) اگر $a = \log_b c$ ، $c = \log_a b$ ، $b = \log_c a$ باشد، آنگاه تساویهای زیر را ثابت کنید.

مثالها

$$80) \frac{a}{ab+a+1} + \frac{b}{bc+b+1} + \frac{c}{ca+c+1} = 1$$

مثال 81) اگر $\log_{c+b} a + \log_{c-b} a = 2 \log_{c+b} a \cdot \log_{c-b} a$ باشد، آنگاه ثابت کنید $c^2 = a^2 + b^2$.

مثال 82) ثابت کنید $(\log_{13} 19)^{-1} + (\log_{28} 19)^{-1} > 2$.

مثال 83) اگر $\log 3 = \beta$ و $\log 2 = \alpha$ باشد، آنگاه مطلوب است محاسبه $\log_{15} \sqrt[5]{11.25}$.

مثال 84) اگر $\log_{12} 27 = a$ باشد، آنگاه $\log_6 16$ را پیدا کنید.

مثال) بدون استفاده از جدول لگاریتم، حاصل هر یک از عبارتهای زیر را بدست آورید.

$$85) \log 5 \cdot \log 20 + \log^2 2$$

$$86) 10 \times 100^{\frac{1}{2} \log 9 - \log 2}$$

$$87) 49^{1-\log_7 2} + 5^{-\log_5 4}$$

$$88) a^{\frac{\log(\log a)}{\log a}}$$

مثال 89) اگر $4a^2 + 9b^2 = 13ab$ باشد، آنگاه ثابت کنید $\log \frac{2a+3b}{5} = \frac{\log a + \log b}{2}$.

مثال 90) اگر $a^2 + b^2 = 7ab$ باشد، آنگاه ثابت کنید $\log \frac{a+b}{3} = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$.

مثال 91) اگر $a^2 + b^2 = c^2$ باشد، آنگاه ثابت کنید:

$$[1 + \log_{c+b}(c-b)] + [1 + \log_{c-b}(c+b)] = 2 \log_{c-b} a + 2 \log_{c+b} a$$

مثال 92) اگر x و y و z به دنباله توافقی باشند، ثابت کنید $\log(x+z) + \log(x-2y+z) = 2 \log(x-z)$.

مثالها

مثال 93 اگر بدانیم $\log \alpha$, $\log \beta$, $\log \gamma$ ریشه های معادله $ax^3 + 3bx^2 + 3cx + d = 0$ باشند ، حاصل عبارت زیر را بدست آورید :

$$S = \log \frac{\alpha}{\beta} \cdot \log \frac{\beta}{\gamma} + \log \frac{\beta}{\gamma} \cdot \log \frac{\gamma}{\alpha} + \log \frac{\gamma}{\alpha} \cdot \log \frac{\alpha}{\beta}$$

مثال 94 تساوی $\log_c abd = \log_c a + \log_c b + \log_c d$ را ثابت کنید.