

مثالها

مثال) به دون بسط درستی تساوی های زیر را نشان دهید:

$$1) \begin{vmatrix} 2 & 3 & 5 \\ -1 & 5 & 2 \\ 1 & 8 & 7 \end{vmatrix} = 0$$

$$2) \begin{vmatrix} m & a-d & mb+mc \\ m & b-d & ma+mc \\ m & c-d & ma+mb \end{vmatrix} = 0$$

$$3) \begin{vmatrix} 1 & \cos \alpha & \cos 2\alpha \\ \cos \alpha & \cos 2\alpha & \cos 3\alpha \\ \cos 2\alpha & \cos 3\alpha & \cos 4\alpha \end{vmatrix} = 0$$

$$4) \begin{vmatrix} -3 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -3 \end{vmatrix} = 0$$

$$5) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{vmatrix} = 0$$

$$6) \begin{vmatrix} 3 & 5 & 3 \\ 6 & 10 & -1 \\ 9 & 15 & 4 \end{vmatrix} = 0$$

$$7) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 5 & 4 & 20 \\ 4 & 8 & 11 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 12 & 2 \\ 4 & 8 & 11 \end{vmatrix} = 0$$

$$8) \begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 & 2 \\ 0 & -1 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 9 & 6 \\ 3 & 2 & 4 & 8 \end{vmatrix} = 160$$

$$9) \begin{vmatrix} a & x-t & ay+az \\ a & y-t & ax+az \\ a & z-t & ax+ay \end{vmatrix} = 0$$

$$10) \begin{vmatrix} \sin x & \cos x & \sin(x+\alpha) \\ \sin y & \cos y & \sin(y+\alpha) \\ \sin z & \cos z & \sin(z+\alpha) \end{vmatrix} = 0$$

مثال 11) فرض کنید  $a$  و  $b$  و  $c$  سه عدد حقیقی متمایز باشند، اگر  $\begin{vmatrix} a & a^2 & a^3+1 \\ b & b^2 & b^3+1 \\ c & c^2 & c^3+1 \end{vmatrix} = 0$  باشد، ثابت کنید  $abc+1=0$  است.

مثال 12) بدون بسط، حاصل دترمینان  $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 3 \end{vmatrix}$  را بدست آورید.

مثال‌ها

مثال 13) بدون بسط دترمینان  $A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & 2 \\ -1 & 2 & 3 & 1 \\ -3 & 2 & -1 & 0 \\ 2 & -3 & -2 & 1 \end{vmatrix}$  را محاسبه کنید.

مثال 14) معادله  $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & x+1 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & x+1 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & x+1 \end{vmatrix} = 0$  را حل کنید:

مثال 15) معادله  $\begin{vmatrix} 4 & 9 & x^2 \\ 2 & 3 & x \\ 8 & 27 & x^3 \end{vmatrix} = 0$  را حل کنید:

مثال 16) معادله  $\begin{vmatrix} 1 & 9 & \frac{x}{2} \\ 2 & 4 & x \\ 3 & 8 & \frac{3x}{2} \end{vmatrix} = 0$  چند جواب دارد؟

4) بی شمار

3) 4

2) 3

1) 1

مثال 17) کدام یک از اعداد زیر یک جواب معادله  $\begin{vmatrix} x & 1 & 1 \\ 1 & x & 1 \\ 1 & 1 & x \end{vmatrix} = 0$  است؟

4) 0

3) -1

2) 3

1) -2

مثال 18) معادله  $\begin{vmatrix} x^2 & x & 2 \\ 4 & x & 1 \\ 0 & 0 & -5 \end{vmatrix} = 0$  دارای چند ریشه است؟

مثالها

مثال (19) کدام عدد، ریشه معادله  $\begin{vmatrix} x+2 & -1 & 3 \\ 2 & x-1 & 2 \\ 0 & 0 & x+4 \end{vmatrix} = 0$  است؟

مثال (20) مقدار  $\begin{vmatrix} 1 & 2y+2z & 4x+2y+2z \\ 1 & 2x+2y & 2x+2y+4z \\ 1 & 4x+2y+2z & 2y+2z \end{vmatrix}$  برابر است با:

$x + y + z(4)$

صفر (3)

$4(x + y + z)(2)$

$x + y + 2z(1)$

مثال (21) معادله  $\begin{vmatrix} x & 1 & 3 \\ x & x & 2 \\ x & x & x \end{vmatrix} = 0$  چند ریشه دارد؟

4(4)

3(3)

2(2)

1(1)

مثال (22) اگر  $A = \begin{bmatrix} a & a^4 & a^7 \\ a^2 & a^5 & a^8 \\ a^3 & a^6 & a^9 \end{bmatrix}$  آنگاه  $|A|$  کدام است؟

(1) فقط اگر  $a = 0$  و  $|A| = 0$

(2) اگر  $a = 0$  و  $a = 1$  آنگاه  $|A| = 0$  در غیر این صورت  $|A| = a^{15}$

(3) همواره  $|A| = 0$

(4) اگر  $a \neq 0$  و  $a \neq 1$  آنگاه  $|A| = a^{20}$

مثال (23) اگر  $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & a \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & a & 1 \\ 1 & 3a & 0 \\ -2 & a & 2 \end{vmatrix} = 14$  آنگاه  $a$  را بدست آورید.

مثالها

مثال 24) اگر  $A = \begin{bmatrix} b+c & c+a & b+a \\ a & b & c \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$  آنگاه  $|A|$  را بدست آورید.

مثال 25) اگر  $|B| = \begin{vmatrix} -3a & -3b & -3c \\ d & e & f \\ g-4d & h-4e & i-4f \end{vmatrix}$  را بدست آورید. آنگاه مقدار  $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = -6$

مثال 26) دترمینان  $|A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 5 \end{vmatrix}$  چقدر است؟

مثال 27) حاصل  $K = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 5 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 0 & 5 & 1 \end{vmatrix}$  را بدست آورید.