

مثالها

مثال 1 تعیین کنید کدام یک از ماتریسهای $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ وارون پذیر می باشند.

مثال 2 مقدار a را طوری پیدا کنید که ماتریس $\begin{bmatrix} 1 & a+1 \\ a-2 & 4 \end{bmatrix}$ وارون پذیر نباشد.

مثال 3 به ازاء چه مقدار a ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 5 \\ 2 & 4 & a \end{bmatrix}$ وارون پذیر نمی باشد.

مثال 4 به ازاء چه مقدار a ، ماتریس $\begin{bmatrix} 1 & a & 0 \\ -a & 1 & a \\ 0 & -a & 1 \end{bmatrix}$ وارون پذیر است؟

مثال 5 ماتریس $A = \begin{bmatrix} a & 1 & b \\ 1 & 1 & 1 \\ b & 1 & a \end{bmatrix}$ در چه صورتی وارون پذیر است؟

$a+b \neq 1$ و $a \neq b$ (2)

(1) فقط $a \neq b$

$a = b$ (4)

(3) $a \neq b$ و $a+b \neq 2$

مثال 6 به ازاء چه مقادیر θ ماتریس $A = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ وارون پذیر است؟

مثال 7 در چه صورت $\begin{bmatrix} x & 1-x \\ 1+x & x \end{bmatrix}$ وارون پذیر است؟

$x \neq \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$ (4)

$x \neq \frac{1}{2}$ (3)

$x \neq \pm \frac{1}{2}$ (2)

$x \in R$ (1)

مثالها

مثال 8) به ازاء چه مقادیر α و β و γ ماتریس $A = \begin{bmatrix} \sin^2 \alpha & \sin^2 \beta & \sin^2 \gamma \\ \cos^2 \alpha & \cos^2 \beta & \cos^2 \gamma \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ وارون پذیر است.

(1) هر مقدار α و β و γ $\alpha = \beta = \gamma = k\pi + \frac{\pi}{4}$ (2)

(3) هیچ مقدار α و β و γ $\alpha = k\pi$ و $\beta = \frac{k\pi}{2}$ و $\gamma = \frac{k\pi}{4}$ (4)

مثال 9) ماتریس $(A+B)' + (A-B)'$ در صورتی وارون پذیر است که :

$|A+B| \neq 0$ (1) $|B| \neq 0$ (2) $|A| \neq 0$ (3) $|A-B| \neq 0$ (4)

مثال 10) اگر A ماتریس وارون پذیر و $|A+B|=2$ آنگاه $|I+BA^{-1}|$ کدام است؟

(1) $\frac{2}{|A|}$ (2) $2|A|$ (3) $\frac{4}{|A|}$ (4) $\frac{1}{4}|A|$

مثال 11) اگر A و B دو ماتریس وارون پذیر $n \times n$ و خود توان باشند ($A^2 = A$ و $B^2 = B$) و $P = I + kAB$ آنگاه P^{-1} را بیابید.

مثال 12) $A_{n \times n}$ یک ماتریس نامنفرد و تمام درایه های A, A^{-1} اعداد صحیح اند، کدام همواره صحیح است؟

(1) $A = A^*$ (2) $|A| = n$ (3) $A^{-1} = nA^*$ (4) $|A| = \pm 1$

مثال 13) هرگاه A و B دو ماتریس مربع و هم مرتبه باشند و $AB = I$ باشد، ثابت کنید ماتریس A وارون پذیر بوده و B ماتریس وارون A می باشد.

مثال 14) هرگاه I و A دو ماتریس مربع مرتبه n و $A^2 = I$ و $B = A + I$ و $C = A - I$ باشد.

الف) ماتریسهای $B^2 + C^2$ و $B \cdot C$ را محاسبه کنید.
ب) ثابت کنید لااقل یکی از دو ماتریس C و B وارون پذیر نیست.

مثال 15) اگر A ماتریس وارون پذیر باشد، ثابت کنید $A+B$ و $I+BA^{-1}$ هر دو وارون پذیرند یا هر دو وارون پذیر نمی باشند.

مثالها

مثال 16) فرض کنید $A^{-1} = A'$ و $B^{-1} = B'$ در این صورت $(A^{-1}B)'$ را بدست آورید .

مثال 17) ماتریس A وارون پذیر است ، در این صورت کدام یک از ماتریسهای زیر همواره وارون پذیر است؟

$AA'(1)$
 $A + A'(2)$
 $A - A'(3)$
 $A + I(4)$

مثال 18) فرض کنید A_1 و A_2 و A_3 و X و Y ماتریسهای $n \times n$ و 4 ماتریس اول وارون پذیر باشند، ثابت کنید ماتریس $Y = A_1 X A_2 X A_3$ وارون پذیر است.

مثال 19) اگر $A_{n \times n}$ وارون پذیر و $B_{n \times p}$ ماتریسی باشد که $AB = 0$ در این صورت

$B = 0(3)$
 B وارون پذیر است $B(1)$
 $B = I(2)$
 (4) می تواند $B \neq 0$ باشد.

مثال 20) اگر $|A^{-1}| = k$ باشد $|\alpha A^{-1}|$ چقدر است ($A_{n \times n}$ و $\alpha \neq 0$ و $|A| \neq 0$)