

مثالها

**مثال 1)** آیا دو ماتریس  $B = \begin{bmatrix} 1 & -4 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$ ،  $A = \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$  تعویض پذیرند؟

**مثال 2)** نشان دهید اگر ماتریس  $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$  با ماتریس  $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$  تعویض پذیر باشد، آنگاه  $b = c = 0$

**مثال 3)** ثابت کنید هر ماتریس  $2 \times 2$  با ماتریس  $\begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{bmatrix}$  تعویض پذیر است.

**مثال 4)** اگر  $A$  و  $B$  ماتریسهای تعویض پذیر باشند، ثابت کنید:  $(A+B)^3 = A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3$

**مثال 5)** ثابت کنید اگر  $AB = BA$  باشد، آنگاه  $A^2B^3 = B^3A^2$ .

**مثال 6)** اگر  $A$  و  $B$  دو ماتریس مربع و تعویض پذیر باشند، ثابت کنید  $(AB)^n = A^nB^n$

**مثال 7)** فرض کنیم اگر  $A$  و  $B$  دو ماتریس مربع  $n \times n$  باشند و تعویض پذیر باشند، آنگاه ثابت کنید  $AB^n = B^nA$

**مثال 8)** اگر ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$  با ماتریس  $B = \begin{bmatrix} a & b \\ 3 & 7 \end{bmatrix}$  تعویض پذیر باشد، آنگاه  $a+b$  چقدر است؟

**مثال 9)** فرض کنیم  $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$  نشان دهید تمام ماتریسهای  $B$  از مرتبه  $2 \times 2$  که  $AB = BA$  است به فرم  $\begin{bmatrix} p & 0 \\ s-p & s \end{bmatrix}$

می باشند.

**مثال 10)** اگر  $A = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$  باشد، چند ماتریس  $B = \begin{bmatrix} 1 & a \\ 2 & b \end{bmatrix}$  وجود دارد که  $A$  با  $B$  تعویض پذیر است.

مثالها

مثال 11) اگر  $\begin{bmatrix} x & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  و  $\begin{bmatrix} 1 & y \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  تعویض پذیر، باشند آنگاه :

(1) فقط  $x=1$

(2) هیچگاه تعویض پذیر نمی باشند

(3)  $x=1, y=0$

(4)  $x=1$  ای  $y=0$

مثال 12) تمام مقادیر  $a$  و  $b$  که به ازاء دو ماتریس  $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$  و  $\begin{bmatrix} a & 0 \\ b-a & b \end{bmatrix}$  تعویض پذیرند را به دست آورید.