

مثالها

مثال) ثابت کنید :

1) $3^{200} \equiv 1$

2) $3^{13} + 4^{13} + 5^{13} + 6^{13} + 7^{13} + 8^{13} + 9^{13} \equiv 3$

3) $\sum_{i=1}^{12} i^{12} \equiv 12$

4) $\sum_{i=1}^{12} i^{13} \equiv 0$

5) $(p^4 - 1)^{15} \equiv 0, p > 3$

6) $p^{q-1} + q^{p-1} \equiv 1$ (هر دو عدد اول هستند و متمایز) (p, q)

7) $a^{21} \equiv a$ (a مضرب 5 نیست)

8) $\forall a, b \in \mathbb{Z}; (a+b)^p \equiv a^p + b^p$

9) $5^{4972} \equiv 3$

10) $\forall n \in \mathbb{N}; n(n^2 + 5) \equiv 0$

مثالها

11) $a^{12} - b^{12} \equiv 0 \pmod{13}, a \not\equiv 0 \pmod{13}, b \not\equiv 0 \pmod{13}$

12) $8 \times 3^{15} + 3 \times 2^{17} \equiv 0 \pmod{13}$

13) $n(3n^4 + 2) \equiv 0 \pmod{5}$

14) $n(n+1)(2n+1)(2n^2+3n+1) \equiv 0 \pmod{30}$

15) $1^{p-1} + 2^{p-1} + \dots + (p-1)^{p-1} + 1 \equiv 0 \pmod{p}$

16) $(p+1)^{p-1} - 1 \equiv 0 \pmod{p}$

17) $(p+1)^{p-1} - (p-1)^{p-1} \equiv 0 \pmod{p}$

18) $1^{72} + 2^{72} + \dots + 72^{72} + 1 \equiv 0 \pmod{73}$

مثال 19) اگر $a^4 + b^4 \equiv 0 \pmod{5}$ ثابت کنید a و b بر 5 بخش پذیرند.

مثال 20) هر گاه $(m, 17) = 1$ ، $(n, 17) = 1$ باشند ثابت کنید عدد $m^{16} - n^{16}$ بر 17 بخش پذیر است؟

مثال 21) اگر a, b, c مضرب 13 نباشند، باقیمانده تقسیم عدد $a^{1380} + b^{1380} + c^{1380}$ بر 13 را بیابید.

مثالها

مثال 22) اگر a عددی فرد بوده و نسبت به $3, 7, 13$ اول باشد، ثابت کنید $a^{12} - 1$ بر 273 قابل قسمت است.

مثال 23) ثابت کنید به ازاء هر عدد صحیح n ، $n(5n^2 + 4)$ بر 3 بخش پذیر است.

مثال 24) اگر p عدد اول فرد و $a \equiv b \pmod{p}$ باشد، ثابت کنید $a^p \equiv b^p \pmod{p}$.

مثال 25) اگر p یک عدد اول فرد باشد.

1. نشان دهید: $1^{p-1} + 2^{p-1} + \dots + (p-1)^{p-1} \equiv -1 \pmod{p}$

2. نشان دهید: $1^p + 2^p + \dots + (p-1)^p \equiv 0 \pmod{p}$

مثال 26) ثابت کنید هر گاه $(a, p) = (b, p) = 1$ آنگاه عدد $a^{p-1} - b^{p-1}$ بر عدد p بخش پذیر است.

مثال 27) هرگاه اعداد صحیح a, b, c با عدد اول p متباین باشند، یعنی نسبت به p اول باشند، نشان دهید در صورتی که عدد

$a^p + b^p + c^p$ بر p بخش پذیر است، آنگاه عدد $a^{3p} + b^{3p} + c^{3p} - 3abc$ نیز بر عدد p بخش پذیر است.

مثال 28) هر گاه $p+1$ ، $2p+1$ اعداد اول بوده و با عدد صحیح a متباین باشد، ثابت کنید عدد $a^{2p} - 1$ بر عدد $(p+1)(2p+1)$ بخش پذیر است.

مثال 29) ثابت کنید هر گاه $(a, p) = 1$ ، p عدد اولی باشد، آنگاه عدد $a^{p(p-1)} - 1$ مضرب p است.

مثال 30) باقیمانده تقسیم عدد $5^{12} + 6^{12} + 7^{12} + 8^{12}$ بر عدد 13 را بدست آورید.

مثالها

مثال 31) باقیمانده تقسیم عدد $7^{32} - 5 \times 8^{16}$ بر عدد 17 را بدست آورید .

13 (4)

12 (3)

11 (2)

7 (1)

مثال 32) اگر عدد صحیح a بر 7 بخش پذیر نباشد، a^6 به کدام صورت نوشته می شود؟

$7n+2$ (4)

$7n-1$ (3)

$7n+1$ (2)

$7n$ (1)

مثال 33) اگر x, y بر 11 بخش پذیر نباشند، باقیمانده $x^{30} + y^{30}$ بر 11 کدام است؟

10 (4)

3 (3)

2 (2)

0 (1)

مثال 34) باقیمانده تقسیم $2^{28} - 1$ بر 29 برابر است با:

هیچکدام (4)

1 (3)

2 (2)

28 (1)