

مثال‌ها

مثال 1) سکه ای سه بار پرتاب می شود و برآمدهای ممکن برای فضای نمونه آن همشانس می باشند. اگر A پیشامد رخ دادن شیر در هر یک از دو پرتاب اول و B پیشامد رخ دادن خط در پرتاب سوم و C پیشامد رخ دادن دقیقاً دو خط در سه پرتاب باشد، نشان دهید:

- (1) پیشامدهای A و B مستقل اند.
- (2) پیشامدهای B و C وابسته اند.

مثال 2) دو تاس به رنگهای سیاه و سفید را روی میزی پرتاب می کنیم. پیشامدهای A و B را به صورت زیر تعریف می کنیم:

A : در تاس سفید عدد 6 رو شده باشد.

B : در تاس سیاه عدد 6 رو شده باشد.

آیا A و B مستقل هستند؟

مثال 3) اگر A و B مستقل باشند، ثابت کنید:

- (1) A' و B مستقل هستند.
- (2) A' و B' مستقل هستند.

مثال 4) یک تیر انداز هدفی را با احتمال $\frac{3}{4}$ می زند، اگر شلیکهای متوالی را مستقل فرض کنیم، پیدا کنید احتمال به دست آوردن:

- (1) یک اصابت و در پی آن عدم دو اصابت
- (2) دو اصابت در سه شلیک

مثال 5) سکه ای به قسمی دستکاری شده است که آمدن شیر و خط به ترتیب 0.52 و 0.48 است. اگر این سکه سه بار پرتاب شود، پیدا کنید احتمال به دست آوردن:

- (1) سه شیر
- (2) دو خط و یک شیر با همین ترتیب

مثال 6) احتمال اینکه A در آزمون ورودی دانشگاه ها قبول شود $\frac{3}{5}$ است و احتمال اینکه B در این آزمون قبول شود $\frac{2}{3}$ است.

- (1) احتمال اینکه هر دو در این آزمون قبول شوند چقدر است؟
- (2) احتمال اینکه فقط B در این آزمون قبول شود چقدر است؟
- (3) احتمال اینکه فقط یکی از این دو نفر در آزمون قبول شوند چقدر است؟
- (4) احتمال اینکه هیچ یک در این آزمون قبول نشوند چقدر است؟

مثال‌ها

مثال 7) سرایدار ساختمانی، n کلید دارد که هر کدام فقط یک درب را باز می کند. برای باز کردن یک درب n کلید از سرایدار گرفته و کلیدی را بتصادف انتخاب کرده و آزمایش می کنیم، اگر درب باز نشود کلید را کنار می گذاریم و کلید دیگری را آزمایش می کنیم و به همین ترتیب، مطلوبست محاسبه احتمال اینکه درب در r امین آزمایش باز شود.

مثال 8) فرض کنید:

A : پیشامد اینکه در خانواده ای سه فرزند پسر و دختر وجود داشته باشد.

B : پیشامد اینکه حداکثر یک دختر وجود داشته باشد.

نشان دهید پیشامدهای A و B مستقل هستند، اگر خانواده دارای سه فرزند باشد.

مثال 9) از جعبه ای محتوی 4 مهره سفید و 3 مهره سیاه، 2 مهره را با جایگذاری خارج می کنیم، مطلوب است احتمال اینکه

(1) هر دو مهره سفید باشد.

(2) مهره اول سفید و مهره دوم سیاه باشد.

مثال 10) یک جفت تاس را دو مرتبه پرتاب می کنیم، احتمال آوردن مجموع 7 و 11 چقدر است؟

مثال 11) یک ایستگاه آتش نشانی دارای دو ماشین آتش نشانی است که هر کدام با احتمال $\frac{99}{100}$ سالم هستند، احتمال اینکه در زمان احتیاج حداقل یکی از این دو ماشین سالم باشند چقدر است؟

مثال 12) در آزمایش پرتاب دو سکه فرض کنید A پیشامد « شیر آمدن سکه اول » و B پیشامد « شیر آمدن سکه دوم » و C پیشامد « آمدن فقط یک شیر » باشد. آیا A و B و C سه پیشامد مستقل هستند.

مثال 13) ثابت کنید در یک آزمایش تصادفی با فضای نمونه ای S هر یک از پیشامدهای \emptyset و S نسبت به هر پیشامد دلخواه مثل B از این فضای نمونه مستقل هستند.

مثال 14) اگر A و B و C سه پیشامد مستقل باشند، ثابت کنید

$$1) P(A' \cap B' \cap C') = P(A') \cdot P(B') \cdot P(C')$$

$$2) P(A \cup B \cup C) = 1 - P(A') \cdot P(B') \cdot P(C')$$

مثالها

مثال 15) سه نفر به نامهای A و B و C به هدفی تیر اندازی می کنند.

احتمال اینکه این سه نفر هدف را بزنند به ترتیب $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}$ است. هر یک از این سه نفر یکبار به هدف تیراندازی می کنند.

- 1) احتمال اینکه هیچکدام به هدف نزنند، کدام است؟
- 2) احتمال اینکه فقط یک نفر به هدف بزند، کدام است؟
- 3) اگر فقط یک نفر به هدف زده باشد، احتمال اینکه این تیر را A زده باشد بدست آورید.

مثال 16) دو تاس را پرتاب می کنیم، پیشامدهای زیر را در نظر بگیرید.

- A : پیشامد اینکه تاس اول عدد 1 یا 2 یا 3 باشد.
 - B : پیشامد اینکه تاس اول عدد 3 یا 4 یا 5 باشد.
 - C : پیشامد اینکه مجموع دو عدد ظاهر شده 9 باشد.
- آیا A و B و C مستقل هستند؟

مثال 17) با توجه به شکل زیر نشان دهید:

- 1) اگر $P(A \cap B \cap C) = P(A) \cdot P(B) \cdot P(C)$ ، الزاماً نتیجه نمی دهد که پیشامدهای A و B و C همگی دو به دو مستقل اند.
- 2) اگر A از B مستقل و A از C مستقل باشد، آنگاه B الزاماً از C مستقل نیست.
- 3) اگر A از B مستقل و A از C مستقل باشد، آنگاه A الزاماً از $B \cup C$ مستقل نیست.

مثال 18) اگر سه پیشامد A و B و C مستقل باشند نشان دهید که:

- 1) A و $B \cap C$ مستقل اند.
- 2) A و $B \cup C$ مستقل اند.

مثال 19) نشان دهید برای اینکه n پیشامد مستقل باشند باید $2^n - n - 1$ شرط برقرار باشند.

مثال 20) برای هر پیشامد A ، نشان دهید که A و \emptyset مستقل اند.

$$P(A \cap \emptyset) = P(A) \cdot P(\emptyset)$$

مثالها

- مثال 21)** یک تاس همگن دو بار ریخته می شود. اگر A پیشامد ظاهر شدن عدد زوج در اولین بار ریختن، B پیشامد ظاهر شدن عدد زوج در دومین بار ریختن و C پیشامد یکسان بودن نتیجه هر دو بار ریختن باشد، آیا پیشامدهای A و B و C :
- 1) دو به دو مستقل اند؟
 - 2) مستقل اند؟