

مثال‌ها

**مثال 1** معادله درجه دوم  $x^2 + kx + 8 = 0$  مفروض است، به ازای چه مقدار  $k$  یک ریشه معادله مربع ریشه دیگر است.

**مثال 2** معادله درجه دوم  $x^2 - 5x + k - 1 = 0$  مفروض است، به ازای چه مقدار  $k$  بین ریشه‌ها رابطه  $x_1 + 3x_2 = 7$  برقرار است.

**مثال 3** هرگاه  $a$  یک ریشه معادله  $x^2 - 4x + 1 = 0$  باشد مقدار عبارت  $k = \frac{a^2}{a^2 - 8a + 2}$  را به دست آورید.

**مثال 4** اگر ریشه‌های معادله  $x^2 + bx + c = 0$  دو عدد صحیح متوالی باشند، چه رابطه‌ای بین ضرایب برقرار است؟

**مثال 5** اگر تفاضل دو ریشه معادله  $(1+m)x^2 + 3x + 1 - m = 0$  برابر 2 باشد  $m$  را به دست آورید.

**مثال 6**  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله  $x^2 - cx + d = 0$  و  $x^2 - ax + b = 0$  ریشه مضاعف معادله  $x^2 - ax + b = 0$  است، ثابت کنید  $ac = 2(b + d)$ .

**مثال 7** هرگاه یکی از ریشه‌های معادله  $ax^2 + bx + c = 0$  مساوی مجذور عکس ریشه دیگر باشد، چه روابطی بین ضرایب برقرار است؟

**مثال 8** در معادله  $x^2 + px + q = 0$  ریشه‌ها را  $\tan \alpha$  و  $\tan \beta$  می‌نامیم، اگر بدانیم  $\cos \lambda = \cos \alpha \cdot \cos \beta$  مطلوب است محاسبه  $\tan^2 \lambda$ ؟

**مثال 9** به ازای کدام مقدار  $m$  تفاضل ریشه‌های معادله  $x^2 + x + m = 0$  مساوی 2 است؟

**مثال 10** اگر بین ریشه‌های معادله  $ax^2 + bx + c = 0$  رابطه  $x_1 - x_2 + x_1x_2 = 0$  برقرار باشد، ثابت کنید یکی از ریشه‌ها برابر

$$\frac{c-b}{2a} \text{ است.}$$

مثال‌ها

**مثال 11)** اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله  $2x^2 - 4x - 1 = 0$  باشند حاصل  $(\alpha^3 - 2\alpha^2)(\beta^3 - 2\beta^2)$  را به دست آورید.

**مثال 12)** مقدار  $m$  را در معادله  $x^2 - 2x + m = 0$  طوری پیدا کنید که تفاضل مکعبات ریشه‌های آن برابر 16 باشد.

**مثال 13)** مقدار  $m$  را چنان تعیین کنید که بین ریشه‌های معادله  $x^2 - mx + 36 = 0$  رابطه  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{5}{12}$  برقرار باشد و در این حالت

ریشه‌ها را حساب کنید.

**مثال 14)** معادله درجه دوم  $ax^2 + (2a-1)x + 2 - a = 0$  مفروض است.  $a$  را طوری تعیین کنید که بین ریشه‌های این معادله رابطه

$$\frac{x_1 - 1}{x_1 + 1} + \frac{x_2 - 1}{x_2 + 1} = \frac{1}{2}$$

برقرار باشد.

**مثال 15)** اگر  $m$  و  $n$  ریشه‌های معادله  $x^2 + ax + 1 = 0$  و  $r$  و  $s$  ریشه‌های معادله  $x^2 + bx + 1 = 0$  باشند، حاصل

$$A = (m-r)(n-r)(m+s)(n+s)$$

بر حسب  $a$  و  $b$  چیست؟

**مثال 16)** اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله  $x^2 + px + q = 0$  و  $\gamma$  و  $\delta$  ریشه‌های معادله  $x^2 + ax + b = 0$  باشد، حاصل عبارت

$$(\alpha - \gamma)(\beta - \gamma)(\alpha - \delta)(\beta - \delta)$$

را بر حسب  $p$  و  $q$  و  $a$  و  $b$  پیدا کنید.