

مثالها

مثال عبارات زیر که نسبت به ریشه های معادله درجه دوم متقارن می باشند را بر حسب S و P بیان شده، ثابت کنید.

1) $x_1^2 + x_2^2 = S^2 - 2P$

2) $x_1^3 + x_2^3 = S^3 - 3PS$

3) $x_1^{-2} + x_2^{-2} = \frac{S^2 - 2P}{P^2}$

4) $x_1^{-3} + x_2^{-3} = \frac{S^3 - 3PS}{P^3}$

5) $|x_1^2 - x_2^2| = \left| \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} \cdot S \right|$

6) $|x_1^3 - x_2^3| = \left| \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} (S^2 - P) \right|$

7) $x_1^4 + x_2^4 = (S^2 - 2P)^2 - 2P^2$

8) $x_1^{-4} + x_2^{-4} = \frac{(S^2 - 2P)^2 - 2P^2}{P^4}$

9) $|x_1^4 - x_2^4| = \left| \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} \cdot S(S^2 - 2P) \right|$

10) $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = \sqrt{S + 2\sqrt{P}}$

11) $|\sqrt{x_1} - \sqrt{x_2}| = \sqrt{S - 2\sqrt{P}}$

12) $\frac{\sqrt{x_1}}{\sqrt{x_2}} + \frac{\sqrt{x_2}}{\sqrt{x_1}} = \frac{S}{\sqrt{P}}$

13) $|x_1 - x_2| = \sqrt{S^2 - 4P}$

مثال معادله $x^2 - 4x + 1 = 0$ مفروض است ، بدون حل معادله ، مطلوب است حاصل هر یک از عبارات زیر .

14) $A = x_1^2 - x_2^2$

15) $B = \frac{1}{x_1^3} + \frac{1}{x_2^3}$

16) $C = x_1^4 + x_2^4$

17) $D = \sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}$

مثال 18) در معادله درجه دوم $2\sqrt{2}x^2 + 3\sqrt{2}x - 1 = 0$ اگر x_1 و x_2 ریشه های معادله باشند ، حاصل $x_1^2 + x_2^2$ را به دست آورید .

مثال 19) اگر x_1 و x_2 ریشه های معادله $x^2 - 4x + 1 = 0$ باشد ، حاصل $|\sqrt{x_1} - \sqrt{x_2}|$ را به دست آورید .

مثالها

مثال 20) در معادله درجه دوم $x^2 - 4x + 2 = 0$ حاصل $\sqrt{\frac{x_1}{x_2}} + \sqrt{\frac{x_2}{x_1}}$ را به دست آورید .

مثال 21) اگر x_1 و x_2 ریشه های معادله $x^2 - 2x + m = 0$ باشد به ازای چه مقدار m ، $\frac{1}{x_1^3} + \frac{1}{x_2^3} = 2$ است .

مثال 22) اگر x_1 و x_2 ریشه های معادله $x^2 - Sx + P = 0$ باشند و $x_1 > x_2$ حاصل عبارت $mx_1^2 + nx_2^2$ را پیدا کنید ،
 $(S^2 - 4P \geq 0)$

مثال 23) معادله درجه دومی تشکیل دهید که بین ریشه های آن روابط $\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 7 \\ (x_1 + 2)(x_2 + 2) = 20 \end{cases}$ برقرار باشد.

مثال 24) اگر x_1 و x_2 ریشه های معادله $x^2 + 5x - 1 = 0$ باشند ، حاصل عبارت $B = \frac{x_1^3x_2 + x_1x_2^3}{(x_1^2 + 6x_1 + 3)(x_2^2 + 6x_2 + 3)}$ را پیدا کنید .

مثال 25) اگر a و b ریشه های معادله $x^2 - 5x - 1 = 0$ باشد مقدار عبارت $A = \frac{a^2}{b+1} + \frac{b^2}{a+1}$ را پیدا کنید .

مثال 26) اگر x_1 و x_2 ریشه های معادله $x^2 - 4x - 2 = 0$ باشند حاصل عبارت زیر را پیدا کنید .

$$A = \frac{x_1^4x_2 + x_1x_2^4 - 3x_1x_2}{(x_1^3 - 4x_1^2 + 3)(x_2^3 - 4x_2^2 + 3)}$$

مثال 27) اگر x_1 و x_2 ریشه های معادله درجه دوم $2x^2 - 3x - 3 = 0$ باشند مقدار عبارت $A = (x_1 - 3)^2 + (x_2 - 3)^2$ را حساب کنید .

مثال 28) معادله $x^2 - 19x + 9 = 0$ را در نظر گرفته و مقدار عددی عبارت $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}$ و $x_1^3 - x_2^3$ را بدون حل معادله به دست آورید .

مثال‌ها

مثال 29 معادله درجه دومی بنویسید که بین ریشه های آن روابط $\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 = 5 \\ x_1 x_2 = 2 \end{cases}$ برقرار باشد .

مثال 30 ضرایب a و b را چنان تعیین کنید که تفاضل ریشه های معادله $x^2 + ax + b = 0$ مساوی 4 و تفاضل مکعبات ریشه ها مساوی 208 شود.

مثال 31 مقدار a را در معادله $x^2 - ax + a - 1 = 0$ چنان تعیین کنید که $x_1^2 + x_2^2$ مینیمم باشد .

مثال 32 در معادله $x^2 - 3x + 1 = 0$ مقدار عددی $x_1 x_2^{-2} + x_2 x_1^{-2}$ را بدون حل معادله به دست آورید .

مثال 33 اگر x_1 و x_2 ریشه های معادله $2x^2 - 3x - 3 = 0$ باشند بدون حل معادله، مقدار عددی عبارت $\frac{x_1 + 3}{x_2 + 1} + \frac{x_2 + 3}{x_1 + 1}$ را بیابید .

مثال 34 اگر α و β ریشه های معادله درجه دوم $x^2 - kx - k = 0$ باشند ، ثابت کنید $\alpha^3 + \beta^3 + \alpha^3 \beta^3 \geq 0$

مثال 35 m را طوری پیدا کنید که مجموعه مجذورهای دو ریشه معادله $x^2 + (2 - m)x - (m + 3) = 0$ حداقل مقدار ممکن باشد .

مثال 36 m و n عددهایی طبیعی اند ، ثابت کنید اگر ریشه های معادله $x^2 - m(n + 1)x + m + n + 1 = 0$ عددهایی طبیعی باشند ، آن وقت $mn \leq 4$.

مثال 37 اگر $a^2 + a + 1 = 0$ مطلوب است $a^{1370} + \frac{1}{a^{1370}}$.

مثال 38 a و b عددهایی مثبت اند ، اگر ریشه های معادله $x^2 - ax + b = 0$ را x_1 و x_2 بنامیم، مطلوب است محاسبه $\sqrt[4]{x_1} + \sqrt[4]{x_2}$.

مثالها

مثال 39) به ازای کدام مقدار t مجموع مربعات ریشه های معادله $x^2 - (t-2)x + t^2 - 1 = 0$ ، max است؟

مثال 40) در معادله $x^2 + px - \frac{1}{2p^2} = 0$ اگر ریشه ها x_1, x_2 باشند min عبارت $A = x_1^4 + x_2^4$ را به دست آورید.