

مثال‌ها

**مثال 1)** اگر  $x_1$  و  $x_2$  ریشه‌های معادله  $x^2 + 3x + k = 0$  باشد، معادله درجه دومی بسازید که ریشه‌هایش  $x_1 + 2x_2$  و  $x_1 + 2x_2$  باشد.

**مثال 2)** معادله  $x^2 - 3x - 1 = 0$  مفروض است، اگر  $x_1$  و  $x_2$  ریشه‌های حقیقی معادله باشد، معادله درجه دوم جدیدی بسازید که ریشه‌هایش  $2x_1 + 3x_2 - 4$  و  $2x_2 + 3x_1 - 4$  باشد.

**مثال 3)** اگر  $x_1$  و  $x_2$  ریشه‌های معادله  $x^2 - 2x - 9 = 0$  باشد، معادله درجه دومی تشکیل دهید که ریشه‌هایش  $x_1 + 2x_2$  و  $x_2 + 2x_1$  باشند.

**مثال 4)** اگر  $x_1$  و  $x_2$  ریشه‌های معادله  $x^2 + x - 1 = 0$  باشند، معادله درجه دومی تشکیل دهید که ریشه‌هایش  $\frac{1}{x_1 + 1}$  و  $\frac{1}{x_2 + 1}$  باشند.

**مثال 5)** اگر  $x_1$  و  $x_2$  ریشه‌های معادله  $3x^2 - 3x - 2 = 0$  باشد، معادله درجه دومی تشکیل دهید که ریشه‌هایش  $x_1^2 + x_1x_2$  و  $x_2^2 + x_1x_2$  باشد.

**مثال 6)** هرگاه ریشه‌های معادله  $(a+b)x^2 - 6x + b = 0$  عکس ریشه‌های معادله  $2x^2 + 3x - 1 = 0$  باشند،  $a$  و  $b$  را به دست آورید.

**مثال 7)** اگر هر یک از ریشه‌های معادله  $x^2 - mx + m - 4 = 0$  نصف هر یک از ریشه‌های معادله  $x^2 - (k+2)x - k = 0$  باشد،  $k$  و  $m$  را پیدا کنید.

**مثال 8)**  $a$  و  $b$  را چنان تعیین کنید که ریشه‌های معادله  $2x^2 - (a+1)x + 1 = 0$  عکس ریشه‌های معادله  $y^2 - by + b - 1 = 0$  باشند.

مثال‌ها

**مثال 9)** اگر هر یک از ریشه‌های معادله  $mx^2 - (m-1)x + n = 0$ ، عکس ریشه‌های معادله  $5x^2 + 3x - 1 = 0$  باشند، مقادیر  $m$  و  $n$  را به دست آورید.

**مثال 10)** اگر  $x_1$  و  $x_2$  ریشه‌های معادله  $x^2 - mx + 1 = 0$  باشند معادله درجه دومی تشکیل دهید که ریشه‌های آن  $\alpha = x_1 + \frac{1}{x_1}$  و  $\beta = x_2 + \frac{1}{x_2}$  باشند.

**مثال 11)** اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله  $x^2 - px + q = 0$  باشند، معادله‌ای تشکیل دهید که ریشه‌هایش  $\frac{\beta}{\alpha^2}$ ،  $\frac{\alpha}{\beta^2}$  باشد.

**مثال 12)** معادله درجه دومی مانند  $x^2 - mx - m^2 = 0$  مفروض است. اگر ریشه‌های آن  $x_1$  و  $x_2$  باشند، معادله درجه دومی تشکیل دهید که ریشه‌های آن  $\frac{x_2}{x_1}$ ،  $\frac{x_1}{x_2}$  باشند.

**مثال 13)** اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله  $x^2 - x - 3 = 0$  باشند، حاصل  $(\alpha - 2)^{-2} + (\beta - 2)^{-2}$  را به دست آورید.

**مثال 14)** اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله درجه دوم  $ax^2 + bx + c = 0$  باشد:

اولاً) معادله‌ای بنویسید که ریشه‌هایش  $\alpha^{-3}$  و  $\beta^{-3}$  باشند.

ثانیاً) با فرض  $\alpha\beta^2 = 1$  ثابت کنید  $a^3 + c^3 + abc = 0$

**مثال 15)** اگر در معادله  $x^2 + ax + b = 0$  یک ریشه مجذور ریشه دیگر باشد ثابت کنید  $b^2 - 3ab^2 + a^3b - b^3 = 0$ .

**مثال 16)** اگر در معادله  $ax^2 + bx + c = 0$  یک ریشه برابر مجذور عکس ریشه دیگر باشد  $a^3 + c^3$  را به دست آورید.

**مثال 17)** به ازای چه مقدار  $m$  معادله  $(m-8)x^2 - 4mx + 4m - 5 = 0$  دارای دو ریشه عکس هم هستند.

مثال‌ها

**مثال 18)** اگر هر یک از ریشه‌های معادله  $x^2 + px + q = 0$  مجذور هر یک از ریشه‌های معادله  $ax^2 + bx + c = 0$  باشد  $p$  بر حسب  $a, b, c$  را به دست آورید.