

مثالها

مثال) نامعادلات زیر را حل کنید .

1)  $x^2 - 5x + 6 \leq 0$

2)  $x^2 + 21 > 10x$

3)  $(x-1)^2 \leq 2x(x-1)$

4)  $x^2 - x - 12 \geq 0$

5)  $x^2 \leq 8x$

6)  $x^2 \geq 36$

7)  $x^2 < 25$

8)  $-x^2 + x - 2 < 0$

9)  $x^3 - 3x^2 + 3 > x$

10)  $x^3 - 2x^2 + x \geq 0$

11)  $\frac{x+1}{x} - \frac{x}{x-1} \leq 2$

12)  $x^5 + 2 \leq 2x^3 + x^2$

13)  $\left(\frac{2}{3}\right)^{x^2+4x-2} \leq \left(\frac{2}{3}\right)^{2x-3}$

14)  $x^4 - 11x^2 + 18 < 0$

15)  $(1-x^2)(1+x^2) \leq 0$

16)  $(1-x)(x+2) > 2x^2 - 1$

17)  $1 + \frac{1}{x} < x$

18)  $1 - \frac{1}{x} < x + 1$

19)  $\frac{6-x^2}{x} > 1$

20)  $\frac{x^2-2}{x} < 1$

21)  $\frac{x+1}{x} - \frac{x}{x-1} \leq 2$

22)  $\frac{1}{2x^2+x+1} \geq \frac{1}{x^2+1}$

مثال 23) اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه های معادله  $x^2 + 3x - 4m + 8 = 0$  باشند، به ازای کدام مقادیر  $m$  نقطه  $A(\alpha, \beta)$  در ناحیه اول یا

سوم قرار دارد؟

مثال 24) اگر  $n \in N$  ، نامعادله  $2n^2 - 27n + 25 < 0$  چند جواب دارد؟

مثال‌ها

**مثال 25)** حدود  $a$  را چنان تعیین کنید که به ازای تمام مقادیر  $x$  داشته باشیم  $\frac{ax^2 + 2x + a - 2}{2x^2 + 3x + 2} > 0$ .

**مثال 26)** ثابت کنید که معادله  $(m-1)x^2 - 3mx + 1 - m = 0$  به ازای هر مقدار حقیقی  $m$  دارای دو ریشه متمایز است.

**مثال 27)** به ازای کدام مقادیر حقیقی  $k$ ، معادله  $x^2 + (k+2)x + k + 2 = 0$  دارای دو ریشه حقیقی متمایز است؟

**مثال 28)** اگر به ازای همه مقادیر  $m$ ،  $4x^2 - 2mx + 4m^2 \geq 0$  باشد، آنگاه حدود  $m$  را بیابید.

**مثال 29)** اگر  $a$  و  $b$  و  $c$  اضلاع مثلثی باشند، ثابت کنید عبارت  $A = b^2x^2 + (b^2 + c^2 - a^2)x + c^2$  همواره مثبت است.

**مثال 30)** اگر  $a$  و  $b$  و  $c$  سه عدد حقیقی باشند، ثابت کنید ریشه‌های معادله زیر همیشه حقیقی هستند.

$$(x-a)(x-b) + (x-b)(x-c) + (x-c)(x-a) = 0$$

**مثال 31)** ثابت کنید معادله  $(x-1)(x-3) + m(x-2)(x-4) = 0$  به ازای هر مقدار  $m$  دارای دو ریشه حقیقی است.

**مثال 32)** ثابت کنید ریشه‌های معادله  $a(x^2 - 1) = (b-c)x$  همواره حقیقی است.

**مثال 33)** ثابت کنید ریشه‌های معادله  $(a+b)x^2 - (a+b+c)x + \frac{c}{2} = 0$ ،  $(a, b, c \in R)$  همواره حقیقی هستند.

**مثال 34)** نشان دهید معادله  $x^2 - 2ax + 3a^2 + b^2 = 0$  ریشه حقیقی ندارد.

مثالها

**مثال 35)** ثابت کنید معادله زیر دارای ریشه های حقیقی است .  
 $(a-b+1)x^2 + 2x + b - a + 1 = 0$

**مثال 36)** ثابت کنید معادله  $\frac{1}{x-a} + \frac{1}{x-b} = \frac{1}{c^2}$  دارای ریشه های حقیقی است.

**مثال 37)** به ازای چه مقدارهایی از عدد مثبت  $a$  نا برابری  $\ln(1+x) \geq x - ax^2$  برای همه مقدارهای حقیقی و مثبت  $x$  برقرار است ؟

**مثال 38)**  $a, b, c$  عددهایی حقیقی اند و می دانیم برای هر  $x \in [-1, 1]$  داریم :  $|ax^2 + bx + c| \leq 1$

ثابت کنید ، برای همان مقدارهای  $x$  خواهیم داشت :  $|cx^2 + bx + a| \leq 2$

**مثال 39)**  $m$  راطوری پیدا کنید که نامعادله  $\log_a(ax^2 + 2x + 7) \leq 0$  .  $\log_{\frac{1}{3}}(\sqrt{ax^2 + 2x + 6} + 1) + \log_a 5$  دارای یک جواب باشد .

**مثال 40)** تعداد اعداد درستی که در نامساوی  $n^2 + 5n - 6 < 0$  صدق می کند چند تاست؟

**مثال)** به ازای چه مقادیری از  $x$  عبارت های جبری زیر قابل محاسبه اند؟

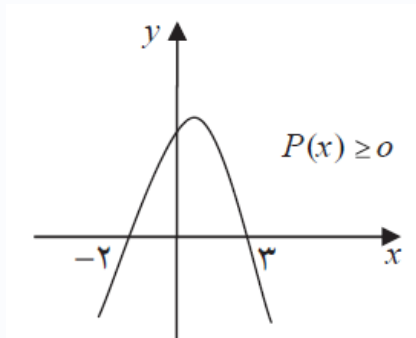
41)  $P = \sqrt[4]{\frac{1}{x^2} - \frac{3}{4}}$

42)  $P = \sqrt{\frac{2x^2 + x - 6}{3x^2 - 7x - 6}} - 5x\sqrt{16 - x^2}$

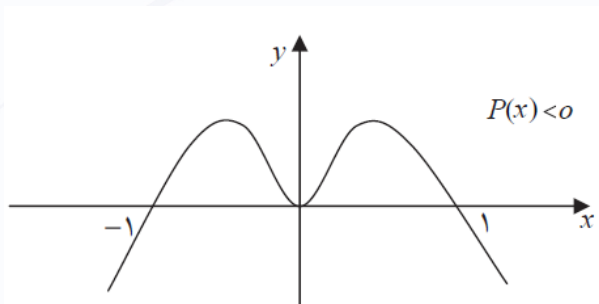
## مثال‌ها

**مثال** در هریک از حالت‌های زیر نمودار تابعی، مانند  $P(x)$  داده شده است. مجموعه جواب نامعادله داده شده را مشخص کنید.

43)



44)



**مثال 45** وقتی یک نوع کالای مرغوب و جدید به بازار می‌آید، فروش هفتگی آن کالا به طور معمول برای یک دوره زمانی افزایش و سپس کاهش می‌یابد. فرض کنید بازار فروش  $S$  هزار واحد کالا،  $t$  هفته بعد از معرفی، از رابطه زیر به دست آید:

$$S = \frac{200t}{t^2 + 100}$$

چه موقع فروش هفتگی کالا 8 هزار واحد یا بیشتر در هر هفته است؟

**مثال 46** مهدی و امید در حال مثال برای مسابقه‌ی فوتبال هستند. آنها قرار است مثال شوت زدن انجام دهند. با شنیدن صدای سوت مربی هر کدام به توپی که جلوی پایشان است ضربه‌ای می‌زنند.

اگر  $h(t) = -t^2 + 10t$  نشانگر ارتفاع توپ مهدی در زمان  $t$  و  $g(t) = -3t^2 + 18t$  نشانگر ارتفاع توپ امید در زمان  $t$  باشد، طی چند ثانیه

توپ امید در ارتفاع بالاتر از ارتفاع توپ مهدی قرار دارد؟ (بر حسب ثانیه و  $h(t)$  و  $g(t)$  بر حسب متر هستند).

مثالها

**مثال 47)** علی به عنوان یکی از اعضای تیم والیبال مدرسه‌اش وارد زمین شده است و آماده‌ی شنیدن صدای سوت آغاز بازی از سوی داور است. او به محض شنیدن صدای سوت ضربه‌ای به توپ می‌زند، فرض کنید  $h(t) = -(t-1)^2 + 3$  نشانگر ارتفاع توپ در زمان  $t$  بر حسب متر باشد. (مبدا زمان با سوت داور و زمان نیز بر حسب ثانیه است).

الف) جدول زیر را کامل کنید:

t	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2
h(t)						

ب) نمودار  $h(t)$  را رسم کنید.

ج) پس از چه زمانی توپ به زمین برخورد خواهد کرد؟ روی نمودار آن را مشخص کنید.

د) با توجه به نمودار  $h(t)$  مشخص کنید آیا توپ به ارتفاع بیش از 3 متر می‌رسد؟

ه) تمام زمانهایی که توپ در ارتفاع بیشتر از یا مساوی  $2/5$  متر از زمین است را با یک نامعادله نشان داده و آن را بیابید.

**مثال 48)** یک جسم از بالای یک ساختمانی که 13 متر ارتفاع دارد، به هوا پرتاب می‌شود. اگر ارتفاع این جسم از سطح زمین در ثانیه  $t$  از

رابطه  $h = -5t^2 + 18t + 13$  محاسبه شود، در چه فاصله زمانی، ارتفاع توپ از سطح زمین بیشتر از 13 خواهد بود؟

**مثال 49)** تعداد ضربان قلب، پس از  $t$  دقیقه کار سنگین بدنی، طبق رابطه  $y = \frac{15}{8}t^2 - 30t + 200$  به دست می‌آید. در چه زمان هایی

پس از یک کار سنگین بدنی، تعداد ضربان قلب از 110 بیشتر است؟