

## مثال‌ها

**مثال** با ذکر دلیل مشخص کنید که کدام یک از دنباله های زیر حسابی هستند، سپس الگوی ساختن هر دنباله را پیدا کنید.

1)  $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \dots$

2)  $-15, -18, -21, -24$

3)  $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}$

4)  $0, \sqrt{3}, 2\sqrt{3}, 3\sqrt{3}, 4\sqrt{3}, \dots$

**مثال 5** اگر دو جمله اول یک دنباله حسابی 10 و 3 باشند، سه جمله بعدی این دنباله را به دست آورید.

**مثال 6** اگر در جملات یک دنباله حسابی، اول عدد  $\frac{1}{3}$  و بعد عدد  $\frac{1}{4}$  قرار گرفته باشند، جمله قبل از  $\frac{1}{3}$  را به دست آورید.

**مثال 7** اگر جمله پنجم یک دنباله حسابی 17 و جمله دوازدهم آن 52 باشد، جمله عمومی این دنباله را به دست آورید.

**مثال 8** نشان دهید اگر جملات یک دنباله حسابی را در عددی ضرب کنیم، دنباله جدید نیز یک دنباله حسابی است.

**مثال 9** علی که از علاقه مندان این بازیکن می باشد، می خواهد بداند که این بازیکن بعد از چند هفته می تواند بازی کند. علی جدولی به صورت زیر تشکیل داد تا بتواند قانون حاکم بر الگوی جدول را به دست آورد. او تعداد هفته ها را با  $n$  و زمان دویدن در هفته ی  $n$  ام را با  $a_n$  نشان داده است.

هفته‌ها	۱	۲	۳	۴
زمان دویدن روزانه	$a_1 = 12$	$a_2 = 12 + 3 = 15$	$a_3 = 15 + 3 = 18$	$a_4 = 18 + 3 = 21$

1- به علی کمک کنید تا جدول را برای هفت هفته کامل کند.

2- چه رابطه ای بین زمان دویدن در هر دو هفته ی متوالی وجود دارد؟

3- جمله ی  $n$  ام را بر حسب جمله اول و  $n$  بنویسید.

4- با به دست آوردن قانون حاکم بر الگوی فوق، بگویید که این بازیکن بعد از طی چند هفته می تواند بازی کند؟

5- اگر این بازیکن هر هفته 6 دقیقه مدت زمان دویدن خود را افزایش می داد بعد از طی چه مدتی می توانست بازی کند؟

## مثال‌ها

**مثال 10)** در چه حالتی جملات یک دنباله حسابی به عدد خاصی نزدیک خواهند شد؟

**مثال 11)** شیر آبی در هر دقیقه 3.5 لیتر آب وارد یک حوض می‌کند. اگر این حوض از ابتدا 25 لیتر آب داشته باشد، مقدار آب حوض، پس از گذشت یک، دو، سه، چهار و پنج دقیقه در یک دنباله را حساب کنید.

**مثال 12)** مجموع سه عدد  $m$  و مجموع مربعات آنها  $n$  است، اگر این سه عدد جمله‌های متوالی یک دنباله عددی باشد، به چه شرطی مسئله دارای جواب است؟

**مثال 13)** دهمین جمله از دنباله  $2^2 + 6^2 + 10^2 + \dots$  را بدست آورید.

**مثال 14)** در یک دنباله حسابی  $a_{5n-3} = \frac{5}{3}(2n-1)$  است، جمله هفدهم را بدست آورید

**مثال 15)** هرگاه در یک دنباله حسابی  $d$  قدر نسبت و  $a_n$  و  $a_m$  جمله‌های  $n$ ام و  $m$ ام باشند، کدام درست است؟

$$a_{m+n} = a_m + a_n \quad (1)$$

$$a_{m+n} = \frac{a_m + a_n}{2} \quad (2)$$

$$a_{m+n} = a_n + md \quad (3)$$

$$a_{m+n} = a_n - md \quad (4)$$

**مثال 16)** دنباله  $\{a_n\}$  با  $a_1 = 1$  و  $a_n = a_{n-1} + 3$  به طور بازگشتی تعریف شده است، جمله  $n$ ام دنباله کدام است؟

**مثال 17)** اگر  $a_1, a_2, \dots, a_n$  تشکیل دنباله حسابی با قدر نسبت  $d$  بدهند، حاصل عبارت زیر را پیدا کنید. (برحسب  $a_1$  و  $d$ )

$$S = \frac{1}{\sqrt{a_2} + \sqrt{a_1}} + \frac{1}{\sqrt{a_3} + \sqrt{a_2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{a_n} + \sqrt{a_{n-1}}}$$

**مثال 18)**

در آمد یک کارمند در یک شرکت خصوصی، ماهیانه 2600000 تومان است که ۱۰٪ آن به عنوان مالیات کسر می‌شود. اگر این شخص برای هر ساعت اضافه کاری 11 هزار تومان از شرکت دریافت کند و بابت این اضافه کاری مالیات پرداخت نکند، پس از روزانه چند ساعت اضافه کاری دریافتی خالص ماهیانه او 3 میلیون تومان خواهد بود؟ (ماه را 30 روزه در نظر بگیرید.)

مثال‌ها

**مثال 19)** دو شرکت  $B$  و  $A$  عرضه کننده سیم کارت های تلفن همراه با شرایط زیرند.  
سیم کارت های شرکت  $A$ : هزینه ثابت ماهانه 2000 تومان ، هزینه هر دقیقه مکالمه 30 تومان  
سیم کارت های شرکت  $B$  : هزینه ثابت ماهانه 3000 تومان ، هزینه هر دقیقه مکالمه 20 تومان

فرض کنیم  $a_n$  نشان دهنده هزینه کل  $n$  دقیقه مکالمه از طریق سیم کارت شرکت  $A$  و  $b_n$  هزینه مشابه برای استفاده از سیم کارت شرکت  $B$  باشد .  
الف) مقدار  $a_n$  و  $b_n$  را بر حسب  $n$  بنویسید .  
ب) جدول زیر را کامل کنید.

$n$ : زمان مکالمه ماهانه (دقیقه)	۱	۴۰	۸۰	۱۲۰	۱۶۰
$a_n$ : هزینه سیم کارت A	۲۰۳۰	۳۲۰۰	...	...	...
$b_n$ : هزینه سیم کارت B	...	۳۸۰۰	...	...	...

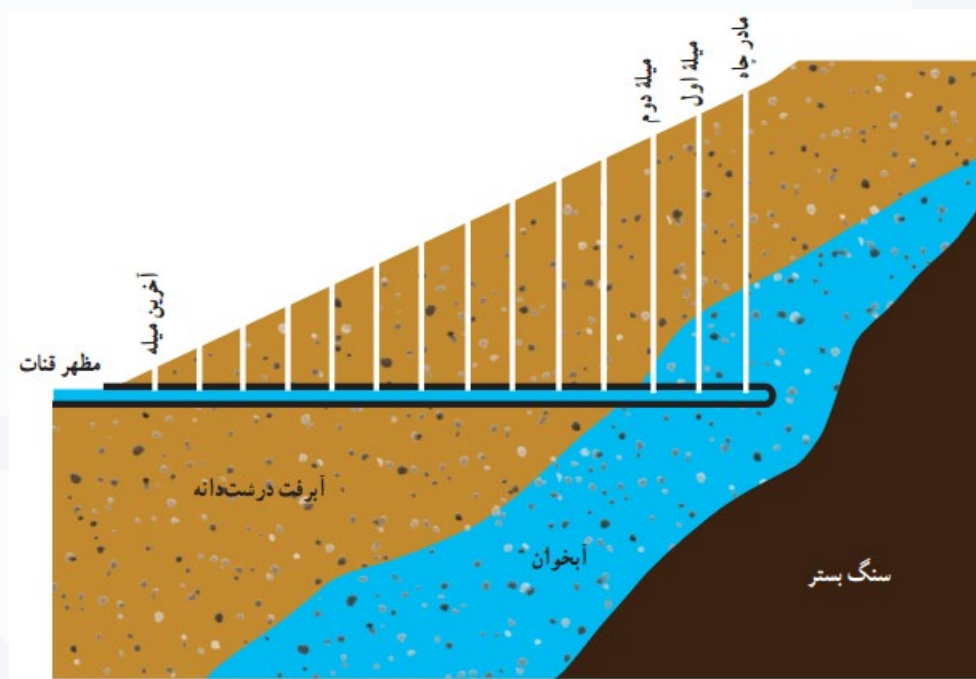
پ) آیا  $a_n$  و  $b_n$  هر کدام می توانند جمله عمومی یک دنباله حسابی باشند؟ چرا؟

## مثال‌ها

## مثال (20)

قنات یا کاریز، راه آب یا کانالی است که در زیر زمین کنده شده است تا آبی را که از حفر چاه اصلی (نخستین چاه) به نام «مادر چاه» به دست آمده است، به منطقه ای دیگر انتقال دهد. برای حفر کانال، مطابق شکل زیر، از چاه های کمکی به نام «میله» استفاده می کنند. میله ها برای رساندن اکسیژن و نیز کمک به مقنی در خارج کردن خاک های حاصل از حفر کانال و بعدها برای کمک به لایروبی و تعمیر قنات حفر می شوند. در یک منطقه، مقنی پس از حفر چاه در عمق 30 متری سطح زمین، به آب زیرزمینی دست یافته و در این عمق شروع به حفر کانال قنات کرده است. با توجه به شیب ثابت زمین و حفر چاه های کمکی در فاصله های یکسان از هم، عمق میله اول 29/5 متر و میله دوم 29 متر بوده و به همین ترتیب، عمق میله ها کاهش یافته است. اگر عمق آخرین میله 1/5 متر باشد، این مقنی در مجموع چند چاه

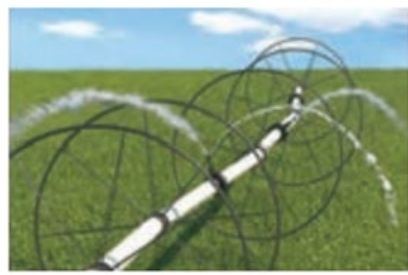
حفر کرده است؟



مثال‌ها

**مثال 21)**

برای کاهش مصرف آب در کشاورزی یک منطقه ، از آبیاری قطره ای استفاده می‌شود، به این صورت که یک میله که در آن سوراخ هایی برای پخش آب تعبیه شده است .



به کمک چرخ هایی (مطابق شکل) حول یک محور می چرخد. اگر فاصله اولین چرخ تا موتور 3 مترو بعد از آن ، فاصله هر چرخ تا چرخ بعدی 5 متر باشد و در کل ، 12 چرخ روی میله قرار داشته باشد با این وسیله چه مساحتی آبیاری می شود؟( آخرین چرخ دقیقا در انتهای میله قرار دارد).

**مثال 22)**

در یک کارخانه سنگ بری برای صیقل دادن سنگ ها از یک صفحه به وزن ۱۲500 گرم استفاده می شود. اگر با توجه به مصرف هفتگی به طور میانگین 1875 گرم از وزن صفحه کم شود ، پس از شش هفته استفاده مداوم وزن صفحه چقدر است ؟

**مثال 23)** مسئله زیر در پایپروس رایند آمده است.

100 قرص نان را بین 5 مرد طوری تقسیم کنید که سهم های دریافت شده ، دنباله حسابی تشکیل دهند و یک سوم مجموع سه سهم بزرگتر ، مساوی مجموع دو سهم کوچکتر باشد.