

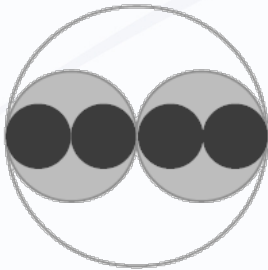
مثال‌ها

مثال 1) اگر یکی از جملات یک دنباله هندسی 3 و جمله بعدی 4 باشد، جمله قبل از 3 را بنویسید.

مثال 2) اگر دو جمله متوالی یک دنباله هندسی به ترتیب a و b باشند، جمله بعد از b چه خواهد بود؟

$$a, b, x, \dots$$

مثال 3) اگر جمله چهارم یک دنباله هندسی 1 و جمله هفتم آن 8 باشد، جمله عمومی این دنباله را بنویسید.



مثال 4) اگر مساحت یک دایره برابر S_1 و داخل آن دو دایره به شکل روبرو رسم کنیم و مجموع مساحت آنها را S_2 بنامیم، با تکرار این عملیات دنباله $S_1, S_2, S_3, \dots, S_n, \dots$ را بسازید.

مثال 5) اگر جملات یک دنباله هندسی را در عددی ضرب کنیم، نشان دهید دنباله حاصل نیز یک دنباله هندسی است.

مثال 6) اگر جملات یک دنباله هندسی را به توان 2 برسانیم، نشان دهید دنباله حاصل نیز یک دنباله هندسی است.

مثال 7) اگر $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ یک دنباله هندسی باشد و $a_1 a_3 = 4$ و $a_3 a_5 = 16$ جمله اول و قدر نسبت این دنباله هندسی را پیدا کنید.

مثال 8) آیا یک دنباله می‌تواند هم یک دنباله هندسی باشد و هم یک دنباله حسابی؟

مثال 9) اگر قدر نسبت یک دنباله هندسی عددی بزرگ‌تر از 1 باشد و جمله اول آن صفر نباشد، توضیح دهید که چرا جملات این دنباله به عدد خاصی نزدیک نمی‌شوند؟

مثالها

مثال 10) اگر قدر نسبت یک دنباله هندسی برابر 1 باشد، جملات این دنباله به چه عددی نزدیک می شوند؟

مثال 11) در دنباله هندسی $2, \sqrt{2}$ ، جمله نهم را بدست آورید.

مثال 12) در دنباله $a_1 = 5$ و $a_{n+1} = \frac{a_n}{3}$ جمله عمومی دنباله را بیابید.

مثال 13) اگر d, c, b, a جملات متوالی یک دنباله هندسی باشند، ثابت کنید:

$$(b-c)^2 + (c-a)^2 + (d-b)^2 = (a-d)^2$$

مثال 14) در یک دنباله هندسی $a_n = \sqrt{7^n}$ ، اگر جمله اول و قدر نسبت برابر باشند، قدر نسبت چقدر است؟

مثال 15) در یک دنباله هندسی به جمله‌های a_1, a_2, \dots می‌دانیم $a_{m+n} = A$ ، $a_{m-n} = B$ ، مطلوب است محاسبه a_n, a_m .

مثال 16) اگر a, b, c به ترتیب جمله‌های m ام، n ام، p ام یک دنباله هندسی باشند، ثابت کنید.

$$a^{n-p} \cdot b^{p-m} \cdot c^{m-n} = 1$$

مثال 17) اولاً یک دنباله حسابی، ثانیاً یک دنباله هندسی پیدا کنید که عددهای 11, 44, 704 جمله‌هایی از آنها باشند.

مثال 18) اعداد a_1, a_2, \dots, a_n با قدر نسبت متمایز از صفر تشکیل دنباله حسابی می‌دهند. اگر a_1, a_2, a_4, a_k جملات متوالی یک دنباله هندسی باشند، مقدار k را پیدا کنید.

مثالها

مثال 19) وقتی می گویند در یک کشور نرخ رشد سالیانه جمعیت 3 درصد است ، یعنی جمعیت آن کشور در هر سال به میزان 3 درصد جمعیت سال قبل ، افزایش می یابد . فرض کنید یک کشور 50 میلیون نفر جمعیت دارد و نرخ رشد سالیانه جمعیت آن 3 درصد است

الف) جمعیت سال دوم چند برابر جمعیت سال اول است ؟ جمعیت سال سوم چند برابر جمعیت سال دوم است ؟

ب) جمعیت این کشور را در سال های اول تا پنجم بنویسید . (می توانید از ماشین حساب کنید .)

ج) این دنباله یک دنباله حسابی با یک دنباله هندسی است ؟

د) جمعیت این کشور پس از گذشت n چه قدر خواهد بود ؟

مثال 20) توپی در اختیار داریم که هر گاه آن را از ارتفاعی به زمین رها کنیم در برخورد با زمین مقداری از انرژی خود را از دست می دهد و در هر برگشت به بالا به 60 درصد ارتفاع قبلی خود بر می گردد.

1- این توپ را از ارتفاع 25 متری رها می کنیم . میزان ارتفاعی که توپ پس از اولین و دومین و سومین برخورد با زمین به بالا می آید را بنویسید.

2- هر جمله ی این دنباله با جمله ی قبلی چه رابطه ای دارد؟

3- پس از n برخورد با زمین ، توپ تا چه ارتفاعی بالا می رود ؟

4- آیا این دنباله یک دنباله حسابی است ؟

مثال 21) در یک دنباله هندسی، مجموع سه جمله اول 112 و مجموع شش جمله اول 126 است، قدر نسبت این دنباله چند است؟

مثال 22) در یک دنباله هندسی با جمله اول a و قدر نسبت q ، هر جمله را از جمله بعدی آن کم می کنیم دنباله ای که حاصل می شود چگونه است؟

- (1) دنباله عددی با قدر نسبت $1-q$
- (2) دنباله هندسی با قدر نسبت $q(1-q)$
- (3) دنباله هندسی با قدر نسبت q
- (4) دنباله هندسی با قدر نسبت $1-q$

مثال 23) اگر d, c, b, a به ترتیب جمله های متوالی یک دنباله هندسی باشند، ثابت کنید:

$$(a^2 + b^2 + c^2)(b^2 + c^2 + d^2) = (ab + bc + cd)^2$$

مثالها

مثال 24) اگر ضلعهای یک چهارضلعی محدب جمله‌های متوالی یک دنباله هندسی باشند، ثابت کنید قدر نسبت این دنباله بین $2, \frac{1}{2}$ واقع است.

مثال 25) ثابت کنید که اگر d, c, b, a به دنباله هندسی باشند، داریم:

$$(b-c)^2 + (c-a)^2 + (d-b)^2 = (a-d)^2$$

مثال 26)

سرطان از تکثیر بیش از حد سلول‌ها در بدن ایجاد می‌شود. در فردی که به سرطان سینه مبتلاست، از روش‌های مختلفی از جمله شیمی‌درمانی برای از بین بردن سلول‌های سرطانی استفاده می‌شود. در این روش معمولاً دارو چندین به بیمار تجویز می‌شود و هر بار درصدی از سلول‌های سرطانی از بین می‌رود.

الف) اگر داروی شیمی‌درمانی هر بار 60% سلول‌های سرطانی فردی را از بین ببرد و اگر توده سرطانی او در ابتدا 10^{12} سلول داشته باشد، پس از 3 بار شیمی‌درمانی چه تعداد سلول سرطانی در بدن این فرد باقی می‌ماند؟

ب) فرض کنید پس از اولین شیمی‌درمانی، رشد توده سرطانی متوقف شده است. برای اینکه این شخص به طور کامل درمان شود، ابتدا باید تعداد سلول‌های سرطانی‌اش به کمک شیمی‌درمانی کمتر از 7×10^6 سلول شود و سپس با کوچک شدن توده سرطانی به کمک جراحی، باقی مانده سلول‌های سرطانی او برداشته شود. برای این منظور، مطابق اطلاعات مسئله این شخص چند مرتبه باید شیمی‌درمانی شود؟

مثال 27) یک شهاب سنگ 15 هزار کیلوگرم وزن دارد. پس از ورود آن به جو زمین، در هر دقیقه 15% از وزنش به سبب تماس با جو از بین می‌رود. پس از گذشت پنج دقیقه از ورود این شهاب سنگ به جو زمین، چقدر از وزن آن باقی می‌ماند؟

مثال 28) (هزینه استهلاک)

شخصی یک یخچال فریزر به قیمت 960 هزار تومان خریده است. هزینه استهلاک این یخچال هر سال معادل 10% ارزش سال پیش آن است. اگر v_n ارزش یخچال فریزر در سال n ام باشد:

الف) ضابطه تابعی دنباله v_n را به دست می‌آوریم.

ب) ضابطه v_n را به گونه‌ای می‌نویسیم که ارزش یخچال فریزر پس از ده سال صفر شود. دنباله v_n در این حالت حسابی است یا هندسی؟

د) اگر مطابق فرض مسئله، شخص بخواهد یخچال فریزر را زمانی بفروشد که ارزش آن کمتر از نصف قیمت خریداری شده باشد، چند سال پس از خرید باید آن را بفروشد؟