

مثال‌ها

مثال 1) اگر $(1+a^{16})(1+a^8)(1+a^4)(1+a^2)(1+a) = 1+a+a^2+\dots+a^{n-1}$ مقدار n را بدست آورید.

مثال 2) در یک دنباله هندسی متناهی، جمله اول a و جمله آخر b و مجموع همه جملات S است. مجموع مربعات همه جملات این دنباله را پیدا کنید.

$$9, 99, 999, \dots, \underbrace{999\dots9}_n$$

مثال 3) مجموع n جمله از دنباله زیر را پیدا کنید.

$$1, 11, 111, \dots, \underbrace{111\dots1}_n$$

مثال 4) مجموع n جمله از دنباله زیر را پیدا کنید.

مثال 5) برج هانوئی

دنباله $\{a_n\}$ به صورت $\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_n = 2a_{n-1} + 1 \end{cases}, n \geq 2$ تعریف می‌شود. یک فرمول صریح برای a_n پیدا کنید.

مثال 6) معمای شطرنج

می‌گویند یک روز حاکم شهری خواست به مخترع شطرنج جایزه ای بدهد و از او خواست که خودش جایزه ای برای خودش تعیین کند. شطرنج 64 خانه دارد و مخترع شطرنج گفت در خانه اول 1 دانه گندم بگذارید و در خانه دوم 2 گندم بگذارید و در خانه سوم 4 گندم و به همین ترتیب در هر خانه دو برابر خانه قبل گندم بگذارید و نهایتاً کل گندم ها را به من بدهید. اگر هر دانه گندم یک گرم باشد، چند گرم گندم جایزه مخترع شطرنج خواهد شد؟

مثال 7) معمای اسب مسابقه

اسب مسابقه ای را 800,000 تومان قیمت گذاشتند، ولی خریدار معتقد بود قیمت اسب گران است. فروشنده پیشنهادی به خریدار کرد: من اسب را به شما هدیه می‌کنیم، ولی 24 میخ نعل‌های اسب را باید به این ترتیب از من بخرید: برای میخ اول 1 ریال، برای میخ دوم 2 ریال، برای میخ سوم 4 ریال، برای میخ چهارم 8 ریال و..... باید به من بپردازید. خریدار که گمان می‌کرد فروشنده اسب عقل خود را از دست داده و می‌خواهد اسب را به چندریال ناقابل به او بدهد، پیشنهاد او را پذیرفت و قرارداد را امضا کرد. حدس بزنید کدام یک زیان کرده است؟

مثالها

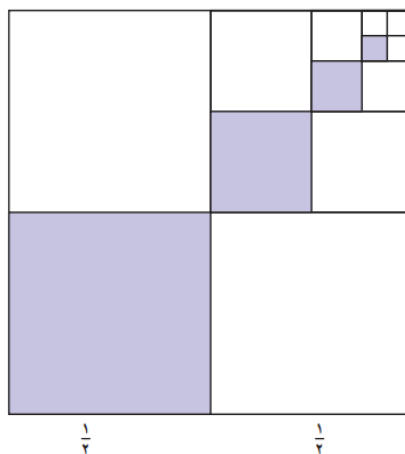
مثال 8) شخصی در برابر خدمتی که به حاکم کرده بود، این اجازه را یافت که به عنوان پاداش، هر روز یک بار به خزانه رجوع کند و روز اول یک سکه طلای 5 گرمی و روزهای بعد هر روز به تعداد دو برابر روز قبل سکه طلای 5 گرمی دریافت کند تا روزی که شخصا به حمل سکه های دریافتی در آن روز قادر نباشد. هرگاه حداکثر باری که آن شخص بتواند حمل کند 100 کیلو گرم باشد، معلوم کنید آن شخص روی هم چند سکه طلای 5 گرمی در یافت خواهد کرد؟

مثال 9) شخصی، پدر و مادر، دو پدر بزرگ و دو مادر بزرگ، چهار پدر پدر بزرگ و چهار مادر مادری بزرگ و... دارد.



الف) نیاکان این شخص در ده نسل قبلی چند نفر بوده اند؟ (نخستین نسل را پدر و مادر شخص در نظر بگیرید.)
 ب) مجموع نیاکان این شخص از ده نسل قبل تا یک نسل قبل (یعنی پدر و مادر شخص) چند نفرند؟

مثال 10) پس از تقسیم مربعی به ضلع یک متر به چهار مربع برابر، یکی از آنها را رنگ می کنیم.



از مربع های باقی مانده، مربعی را که با مربع رنگ آمیزی شده ضلع مشترک ندارد، انتخاب می کنیم و با تقسیم آن به چهار مربع برابر، مربعی را که با مربع رنگ شده در یک رأس مشترک است، رنگ آمیزی می کنیم و همین روند را مطابق شکل ادامه می دهیم.

مثالها

الف) چرا دنباله مساحت های مربع های رنگی ، یک دنباله هندسی را تشکیل می دهد؟
ب) اگر روند رنگ آمیزی گفته شده را n مرحله انجام دهیم ، مجموع مساحت های مربع های رنگی از چه رابطه ای به دست می آید؟
پ) پس از شش مرحله رنگ آمیزی مربع به روش بالا ، چه مساحتی از مربع رنگ می شود؟