

مثالها

مثال) مجموع جملات دنباله هندسی نامتناهی نزولی زیر را محاسبه کنید :

15) $4, -2, 1, -\frac{1}{2}, \dots$

16) $\frac{3}{7}, \frac{4}{7^2}, \frac{3}{7^3}, \frac{4}{7^4}, \dots$

17) $1, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, \frac{1}{8}, -\frac{1}{16}, -\frac{1}{32}, \frac{1}{64}, -\frac{1}{128}, \dots$

18) $1, (1+a)q, (1+a+a^2)q^2, (1+a+a^2+a^3)q^3, \dots ; |aq| < 1$

19) $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2, \left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^2, \dots, \left(x^n - \frac{1}{x^n}\right)^2$

مثال 20) جمله عمومی یک دنباله هندسی $\left(-\frac{1}{2}\right)^n$ ($n \geq 1$) است $a_n = 2\left(-\frac{1}{2}\right)^n$ ، حد مجموع را بدست آورید.

مثال 21) در یک دنباله هندسی نزولی، نسبت مجموع چهار جمله اول به حد مجموع جمله‌ها $\frac{80}{81}$ است قدر نسبت را بدست آورید.

مثال 22) در یک دنباله هندسی نامتناهی، حد مجموع جملات 20 و جمله دوم این دنباله 5 است جمله هفتم این دنباله چند است؟

مثال 23) در یک دنباله هندسی نامتناهی، جمله اول، سه برابر مجموع جملات بعد از خودش است، قدر نسبت را بدست آورید؟

مثال 24) در یک دنباله هندسی نزولی، مجموع n جمله اول برابر است با حد مجموع سایر جمله‌ها، قدر نسبت کدام است؟

مثال 25) اگر $ab > 0$ ، مجموع $S = \sqrt{a^3 b} \sqrt{a^3 b} \sqrt{a^3 b} \sqrt{a^3 b} \dots$ را پیدا کنید.

مثال‌ها

مثال 26) در سری دنباله هندسی $S = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \dots$ به ازاء چه مقدار n ، تفاضل S_n از S_∞ کمتر از 0.00001 است.

مثال 27) اگر S_1, S_2, \dots, S_n به ترتیب حد مجموع بی‌نهایت جمله از دنباله هندسی باشند که جمله اول آنها به ترتیب $1, 2, \dots, P$ و قدر

$$S_1 + S_2 + \dots + S_p = \frac{p(p+3)}{2} \quad \text{نسبت آنها به ترتیب } \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{p+1} \text{ ثابت کنید:}$$

مثال 28) اگر $S_n = a + aq + aq^2 + \dots + aq^{n-1}$ مطلوب است محاسبه: $S = S_1 + S_2 + \dots + S_n$

مثال 29) توپی در اختیار داریم که از هر ارتفاعی که رها شود، پس از زمین خوردن به اندازه $\frac{1}{4}$ ارتفاع اولیه خود بالا می‌رود. فرض کنید این توپ را از زمین به هوا پرتاب کرده ایم تا به ارتفاع 5 متری برسد. می‌خواهیم بدانیم پس از شروع پرتاب تا زمان ایستادن، این توپ چقدر مسافت طی می‌کند؟

مثال 30) پارادکس زنون

اگر فاصله A تا B یک واحد باشد و متحرکی بخواهد از A به B برود، به این صورت که هر بار نصف فاصله خود تا B را بپیماید، مجموعه فاصله‌هایی که این متحرک طی می‌کند به چه عددی نزدیک می‌شود؟ آیا متحرک به پایان مسیر یعنی نقطه B می‌رسد؟

مثال 31) علی می‌خواهد پولهای خود را پس انداز کند. او روز اول 1000 تومان در صندوق خود قرار می‌دهد و قرار می‌گذارد هر روز 0.9 پول واریزی در روز قبل را در صندوق قرار دهد.

الف) پس از 50 روز، او چقدر پول در صندوق خواهد داشت؟
ب) نشان دهید پول صندوق او هیچگاه از $10/000$ تومان بیشتر نخواهد شد.

مثال 32) یک مثلث با محیط P و مساحت S در نظر بگیرید. وسط‌های اضلاع آن را به هم وصل کنید و مثلث کوچکتر جدیدی بسازید. این عمل را مجدداً روی مثلث کوچکتر انجام دهید. این عملیات را به طور متوالی ادامه دهید:

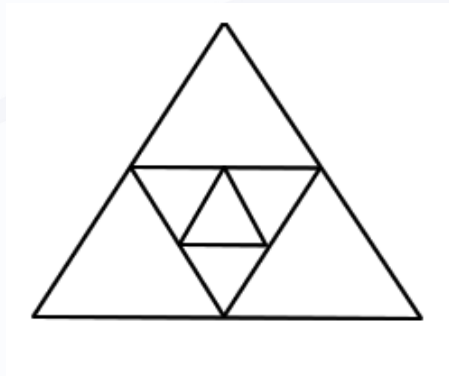
الف) مجموع محیط مثلث‌های به دست آمده با احتساب مثلث اولیه چقدر است؟
ب) مجموع مساحت مثلث‌های به دست آمده چقدر است؟

مثال 33) طول ضلع مربعی 1 متر است. ابتدا نیمی از مساحت آن را رنگ می‌کنیم. سپس نیمی از مساحت باقیمانده را رنگ می‌کنیم. به همین ترتیب در هر مرحله نیمی از مساحت باقیمانده از مرحله قبل را رنگ می‌زنیم. پس از چند مرحله حداقل 99 درصد سطح مربع رنگ شده است؟

مثال‌ها

مثال 34) برای محافظت از تابش مواد رادیو اکتیویته، لایه‌هایی محافظتی ساخته شده است که شدت تابش‌ها پس از عبور از آن نصف می‌شود. حداقل چند لایه باید استفاده کنیم تا شدت تابش 99 درصد کاهش بیابد؟

مثال 35) مثلث متساوی‌الاضلاعی به ضلع a مفروض است.



وسطهای اضلاع آن را به هم وصل می‌کنیم مثلث متساوی‌الاضلاع جدیدی به

ضلع $\frac{a}{2}$ حاصل می‌شود دوباره وسطهای اضلاع مثلث متساوی‌الاضلاع آن را به هم وصل می‌کنیم مثلث متساوی‌الاضلاع جدیدتری به ضلع

$\frac{a}{4}$ حاصل می‌شود و این عمل را به همین ترتیب بی‌نهایت ادامه دهیم، بی‌نهایت مثلث متساوی‌الاضلاع بدست می‌آید. مجموع مساحتها و

محیطها و ارتفاعهای همه این مثلث‌ها را بدست آورید.