

مثالها

مثال) با استفاده از تعریف حد دنباله ثابت کنید:

1) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n}{2n+1} = \frac{1}{2}$

2) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n^2} = 0$

3) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^{n-1} + (-1)^n}{2^n} = \frac{1}{2}$

4) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 + (-1)^n}{n^2} = 0$

5) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left\{ \frac{(-1)^{n+1}}{n} \right\} = 0$

6) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = 0$

7) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n^r} = 0 ; r \in \mathbb{N}$

8) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2 - 1}{4n^2 + 3} = \frac{1}{4}$

9) $\lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) = 0$

مثال 10) به وسیله تعریف ثابت کنید دنباله $\{a_n\} = \left\{ \frac{3+5n}{2-8n} \right\}$ به $\frac{-5}{8}$ همگرا است.

مثال 11) اگر $n \geq M$ و آنگاه $\left| \frac{2}{\sqrt[3]{n^2}} - 0 \right| < \beta$ و $n \in \mathbb{N}$ کمترین مقدار M چقدر است؟

مثال 12) ثابت کنید اگر $|r| < 1$ ، آنگاه دنباله $\{r^n\}$ همگرا بوده و حد آن برابر 0 است.

مثال 13) در دنباله $\left\{ \frac{4n+1}{2n-5} \right\}$ برای چه مقادیر n ، $1.999 < \frac{4n+1}{2n-5} < 2.001$ ،

مثال 14) دنباله $\{a_n\} = \left\{ \frac{1}{n^2+1} \right\}$ مفروض است. کمترین مقدار n را پیدا کنید که فاصله جمله‌های دنباله تا صفر از $\frac{1}{101}$ کمتر باشد

مثال 15) نشان دهید که دنباله $\left\{ \frac{2+3n}{2+n} \right\}$ به 2 همگرا نیست.

مثال 16) دنباله $\{a_n\}$ مفروض است به طوری که $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = L$ ، ثابت کنید اگر $L > 0$ باشد آنگاه عدد طبیعی مانند M وجود دارد به طوری که به ازاء هر $n > M$ ، $a_n > 0$ است.

مثال‌ها

مثال 17) دنباله‌ای را که همه جملات آن ثابت و برابر C باشد را دنباله ثابت $\{C\}$ می‌نامیم. نشان دهید که این دنباله همگرا است و حد آن C است.

مثال 18) اگر $\left| \frac{2n+1}{n+2} - 2 \right| < \frac{1}{3}$ باشد لازم است که :

$n < 7$ (4) $n \geq 8$ (3) $n \leq 8$ (2) $n \geq 7$ (1)

مثال 19) اگر $\left| \frac{n-1}{n+1} - 1 \right| < \frac{1}{10^4}$ باشد لازم است که :

$n > 19999$ (2) $n < 19999$ (1)
 $n < 20000$ (4) $n > 9999$ (3)

مثال 20) دنباله $\frac{3}{n} = 1 + (-1)^n a_n$ مفروض است، اگر $a_n < 1.02$ باشد n چقدر است؟

مثال 21) به ازای چه n هائی دنباله $\left\{ \frac{n}{2n-1} \right\}$ در یک همسایگی به مرکز $\frac{1}{2}$ و شعاع $\frac{1}{1000}$ واقع است؟

مثال 22) دنباله $\left\{ \frac{1}{n^2+1} \right\}$ مفروض است، اگر به ازای $\varepsilon = \frac{1}{10001}$ ، عدد M وجود داشته باشد به طوری که به ازاء هر $n > M$ ،

عدد M کدام است؟ $\left| \frac{1}{n^2+1} \right| < \frac{1}{10001}$

مثال 23) کمترین مقدار n به طوری که $\frac{n}{n^2+100} < \frac{1}{100}$ باشد کدام است؟

$n = 500$ (4) $n = 98$ (3) $n = 99$ (2) $n = 100$ (1)