

مثالها

مثال) حدهای زیر را محاسبه کنید.

$$16) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-4n^3 + 5n^2 + n}{50n^2 + 2n - 4}$$

$$17) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{5 - 4n^3 + 2n}{n^2 + 3n^4 + 1}$$

$$18) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2 + \sin n^3}{2n^2 + \cos \frac{1}{n}}$$

$$19) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n + n \sin \frac{1}{n}}{n^2 + 1}$$

$$29) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[5]{n^4 + 3n + 1}}{n - 1}$$

$$21) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[5]{n^3} \cos(n^2 + 3)}{n + 7}$$

$$22) \lim_{n \rightarrow +\infty} n^{\frac{3}{2}} (\sqrt{n^3 + 5} - \sqrt{n^3 - 3})$$

$$23) \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{n^3}{2n^2 - 1} - \frac{n^2}{2n + 1} \right)$$

$$24) \lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{n^2 + 4n + 1} - \sqrt{n^2 + 3})$$

$$25) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{n^2 + 2n + 3}}{n + \sqrt{n^2 + 1}}$$

$$26) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4 + 5 \sin n}{n + 1}$$

$$27) \lim_{n \rightarrow +\infty} \sin n \tan \frac{1}{n}$$

$$28) \lim_{n \rightarrow +\infty} \cos \sin \pi \left(1 + \frac{(-1)^n}{n} \right)$$

$$29) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{na - \lfloor na \rfloor}{n}; a \in \mathbb{R}$$

$$30) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{p(n+m)}{p(n)}$$

$$31) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^3}{3n^2 + 4} \cdot \sin \frac{\pi}{2n}$$

$$32) \lim_{n \rightarrow +\infty} \cos n\pi \cdot \sin \frac{\pi}{2^n}$$

$$33) \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{n+1}{3n+1} \right)^{n^2}$$

$$34) \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^n$$

$$35) \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{n+a}{n+b} \right)^n$$

$$36) \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \dots + \frac{n}{n^2} \right)$$

$$37) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3n^2 + \sin \frac{n\pi}{2}}{7n + 9n^2}$$

$$38) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(n+2)! + (n+1)!}{(n+2)! - (n+1)!}$$

$$39) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^{\frac{1}{n}} - 1}{2^{\frac{1}{n}} + 1}$$

مثالها

40) $\lim_{n \rightarrow +\infty} 4n^2 \sin \frac{\pi}{n^2}$

41) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sin \frac{n\pi}{2}}{\log n} ; (n > 1)$

42) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{n}\right)$

43) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{5^{n+1} + \sin \frac{n\pi}{2}}{5^n}$

44) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\lfloor na \rfloor}{n}$

45) $\lim_{n \rightarrow +\infty} 2n(\sqrt{n^2 + 1} - n)$

46) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1+3+5+\dots+2n-1}{n+1} - \frac{3n+4}{3} \right)$

47) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \text{Arc cot } g^{\sqrt[3]{n}}$

48) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{2n}{n+2} \cdot \cos \frac{\pi}{n+5} \right)$

49) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + (-1)^n \right) \frac{n}{n^2 + 1}$

50) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \text{Arc tan } (n^3 + n^2 + 1)$

51) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n+3}{n+4} \cdot \cos \frac{\pi}{n+3}$

52) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n^3} \binom{n}{3}$

53) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\tan \frac{n\pi}{4n+3} \right)$

54) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left[\log(n^2 + 1) - 2 \log(n + 1) \right]$

55) $\lim_{n \rightarrow +\infty} n^{\frac{3}{2}} \left(\sqrt{n^3 + 1} - \sqrt{n^3 - 2} \right)$

56) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{n + \sqrt{n + \sqrt{n}}} - \sqrt{n} \right)$

57) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{\sqrt{n} - \lfloor \sqrt{n} \rfloor}{\sqrt{n}} \sin \frac{n\pi}{2} \right)$

58) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(n+1) \text{Ln}(n) - n \text{Ln}(n+1)}{\text{Ln}(n)}$

59) $\lim_{n \rightarrow +\infty} (-1)^{\lfloor na \rfloor} \sin \frac{\pi}{2^n} ; a > 0 \in R$

60) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4^n}{3^n + 5^{1000}}$

61) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\text{Ln}(2 + 3n^4) - \text{Ln}n^4}{n^2}$

مثالها

مثال 62) کدام دنباله با ضابطه زیر همگراست؟

$$a_n = \frac{n+1}{n} \cdot \cos^2 \frac{n\pi}{4} \quad (1)$$

$$a_n = \frac{2+(-1)^n}{2} - \frac{1}{n} \quad (2)$$

$$a_n = \frac{n+2}{n+1} \cdot \sin \frac{n\pi}{0} \quad (3)$$

$$a_n = \frac{\sqrt[3]{n^2} \sin(n^2)}{n+1} \quad (4)$$

مثال 63) کدام دنباله همگراست؟

$$\left\{ n \cos \frac{1}{n^2} \right\} \quad (1)$$

$$\left\{ \left(2 + \frac{1}{n} \right)^n \right\} \quad (2)$$

$$\left\{ \left(\frac{\sin n + \cos n}{2} \right)^n \right\} \quad (3)$$

$$\left\{ \frac{(-1)^n n}{n+2} \right\} \quad (4)$$

مثال 64) دنباله با ضابطه $a_n = \left(1 - \frac{1}{n} \right) \cos \frac{n\pi}{2}$ مفروض است کدام صحیح است؟

(1) a_{2k} همگرا به 1 است.

(2) a_n همگرا به 1 است.

(3) a_{2k} همگرا به -1 است.

(4) a_{2k+1} همگرا به 0 است.

مثال 65) کدام دنباله همگرا است؟

$$a_n = \frac{1}{\cos n} \quad (1)$$

$$a_n = \sqrt{n} + \sin n \quad (2)$$

$$a_n = \frac{(-1)^n \sin n^2}{n} \quad (3)$$

$$a_n = \frac{(-1)^n n}{\sqrt{n+1}} \quad (4)$$

مثال 66) دنباله $a_n = \frac{2+(-1)^n}{n!}$ به چه عددی همگراست؟

مثال 67) کدام یک از دنباله‌های زیر همگراست؟

$$\left\{ \frac{n^2}{n+1} \right\} \quad (1)$$

$$\{(-1)^n\} \quad (2)$$

$$\left\{ \frac{n^2 + n}{5n^2 + 1} \right\} \quad (3)$$

$$\left\{ n^2 \sin \frac{\pi}{n} \right\} \quad (4)$$

مثال 68) کدامیک از دنباله‌های زیر همگراست؟

$$a_n = \frac{2^n + (-2)^n}{2^n} \quad (1)$$

$$a_n = \frac{2^n + (-2)^n}{3^n} \quad (2)$$

$$a_n = n \sin \frac{n\pi}{2} \quad (3)$$

$$a_n = \log n \quad (4)$$

مثال‌ها

مثال 69) کدام یک از دنباله‌های زیر همگرا نمی‌باشد.

$$a_n = (-1)^n - (-1)^{n+1} \quad (4)$$

$$a_n = \frac{\sin n}{n^4} \quad (3)$$

$$a_n = \frac{\sqrt{n+3}}{n+2} \quad (2)$$

$$a_n = \frac{n + (-1)^n}{n+1} \quad (1)$$

مثال 70) اگر فاصله $\left[\frac{n-1}{n}, \frac{n+1}{n} \right]$ دنباله‌ای از بازه‌ها باشد و n به سمت $+\infty$ میل کند این دنباله چه عدد حقیقی را مشخص می‌کند.

مثال 71) کدام دنباله با ضابطه زیر همگرا نمی‌باشد؟

$$b_n = \frac{2 + (-1)^n}{n^2} \quad (2)$$

$$a_n = \frac{1}{(3 + (-1)^n)^n} \quad (1)$$

$$d_n = \sin \frac{n\pi}{2} \cdot \cos n\pi \quad (4)$$

$$c_n = \frac{\left(2 + \sin \frac{n\pi}{2}\right) \cos n\pi}{n!} \quad (3)$$

مثال 72) کدام دنباله زیر همگراست؟

$$\left\{ \frac{(-1)^{n+1} \sqrt{n}}{n+1} \right\} \quad (4)$$

$$\left\{ \frac{(-1)^n n^2}{n^2 + 1} \right\} \quad (3)$$

$$\left\{ \frac{n+1}{\sqrt{n}} \right\} \quad (2)$$

$$\{\cos n\pi\} \quad (1)$$

مثال 73) دنباله $\left\{ \frac{n^2 + 4}{an^k + n^2 + n + 1} \right\}$ همگرا به $\frac{1}{5}$ است $a+k$ چقدر است.

مثال 74) اگر $a_n = \frac{(2n-1)!}{n \cdot (2n)!}$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$ چقدر است؟