

مثالها

مثال 4

اولاً) اگر جمله عمومی یک مجموع به صورت  $u_n = \log\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$  باشد، مجموع  $n$  جمله آن را به ازاء  $n = 2, 3, \dots, n$  به دست آورید.

ثانياً) حد مجموع این جمله ها را وقتی که  $n$  به سمت بی نهایت میل کند به دست آورید.

مثال 5) حد مجموع زیر را وقتی که  $n$  به سمت بی نهایت میل کند پیدا کنید.

$$S_n = \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)}$$

مثال 6) مجموع  $A_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$  که در آن  $u_n = \frac{4n}{n^4 + 2n^2 + 9}$  می باشد،  $A_n$  را محاسبه و مقدار  $A = \lim_{n \rightarrow \infty} A_n$  را به دست آورید.

مثال 7)  $\sum \cos nx$  ,  $\sum \sin nx$  را محاسبه کنید.

مثال) مطلوبست محاسبه مجموعهای زیر:

9)  $(1 \times 2) + (2 \times 3) + (3 \times 4) + \dots + n(n+1)$

10)  $3 + 33 + 333 + \dots + \underbrace{33\dots3}_n$   
رقم

11)  $\frac{1}{1 \times 2 \times 3} + \frac{1}{2 \times 3 \times 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$

12)  $\sin^2 x + \sin^2 2x + \sin^2 3x + \dots + \sin^2 nx$

13)  $\cos^3 x + \cos^3 2x + \cos^3 3x + \dots + \cos^3 nx$

14)  $\frac{1}{2^2 - 1} + \frac{1}{3^2 - 1} + \frac{1}{4^2 - 1} + \dots + \frac{1}{n^2 - 1}$

مثالها

15)  $\frac{3}{4} + \frac{5}{36} + \frac{7}{144} + \dots + \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}$

16)  $k! + k k! + (k+1)(k+1)! + \dots + (n-1)(n-1)!$

17)  $\frac{3}{1!+2!+3!} + \frac{4}{2!+3!+4!} + \dots + \frac{n+2}{n!+(n+1)!+(n+2)!}$

18)  $\sin^4 \alpha + \frac{1}{4} \sin^4 2\alpha + \frac{1}{16} \sin^4 4\alpha + \dots + \frac{1}{4^n} \sin^4 2^n \alpha$

19)  $\frac{n}{(n+1)!} + \frac{n+1}{(n+2)!} + \dots + \frac{n+p}{(n+p+1)!}$

مثال 20) اگر  $u_1 = 1$  و  $u_n = n + u_{n-1}$  باشد ثابت کنید  $u_n + u_{n+1} = (n+1)^2$

مثال 21) اگر  $a_1 = 1$  و برای  $k \geq 2$  داشته باشیم:  $a_k = 3a_{k-1} + 2^{k-1}$  جمله  $a_n$  را بر حسب  $n$  پیدا کنید.

مثال 22) مجموع یک رشته عددهای فرد متوالی مساوی  $7^3$  شده است این رشته را معین کنید:

مثال 23) اگر داشته باشیم  $(k=1,2,\dots)$   $a_{k+1} = \frac{3a_k - 1}{-a_k + 3}$  مطلوبست محاسبه  $a_n$  بر حسب  $a_1$  و حد آن وقتی که  $n$  به سمت بی نهایت میل می کند.

مثال 24) اگر فرض کنیم  $S_k = u_1 + u_2 + \dots + u_k$  و بدانیم  $S_1 = 3, S_2 = 6, S_3 = 11, S_4 = 18, S_5 = 27$  مطلوبست تعیین  $u_n, S_n$

مثال 25) اگر  $u_n = \text{Arc tan } \frac{1}{n^2 + n + 1}$  باشد مطلوب است محاسبه  $S_n = u_1 + \dots + u_n$  و حد  $S_n$  وقتی که  $n$  به سمت بی نهایت میل کند.

مثالها

مثال 26) مطلوبست است محاسبه  $S_n$ : 
$$S_n = \log \cos \frac{x}{2} + \log \cos \frac{x}{4} + \dots + \log \cos \frac{x}{2^n}$$

مثال) در هر یک از تمرینهای زیر با در دست داشتن  $u_n$ :

اولاً:  $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$  را به دست آورید.

ثانیاً: حد  $S_n$  را وقتی  $n$  به سمت بی نهایت میل کند، پیدا کنید:

27) 
$$u_n = \frac{x^{2^n}}{1 - x^{2^{n+1}}}$$

28) 
$$u_n = \frac{\sqrt{n+1} - 2\sqrt{n}}{2^{n+1}}$$

29) 
$$u_n = \frac{\sin \frac{1}{n(n+1)}}{\cos \frac{1}{n} \cos \frac{1}{n+1}}$$

30) 
$$u_n = \frac{(-1)^{n-1} \cos^3 3^{n-1} \alpha}{3^{n-1}}$$

31) 
$$u_n = \frac{2n+1}{(n^2+2n+2)(n^2+1)}$$

32) 
$$u_n = \frac{2n-1}{2^n}$$

مثال 33) اگر داشته باشیم  $a_1 = 1, a_2 = \frac{4-a_1}{3-a_1}, a_3 = \frac{4-a_2}{3-a_2}, \dots, a_n = \frac{4-a_{n-1}}{3-a_{n-1}}$  مطلوب است تعیین جمله  $a_n$  بر حسب  $n$  و حد آن وقتی  $n$  به سمت بی نهایت میل کند.

مثال 34) دنباله با رابطه بازگشتی  $(n \geq 2)$   $a_n = a_{n-1} \cos x + C \cos(n-1)x$  داده شده اگر  $a_1 = 1$  جمله عمومی آنرا پیدا کنید.

مثال 35) اگر  $a_n = \frac{1}{1+a_{n-1}}, \dots, a_3 = \frac{1}{1+a_2}, a_2 = \frac{1}{1+a_1}, a_1 = 1$ ، حد  $a_n$  را وقتی  $n$  به سمت بی نهایت میل می کند پیدا کنید.

مثالها

**مثال 36)** اگر داشته باشیم: 
$$S_n = \frac{3}{1 \times 2 \times 3} + \frac{5}{2 \times 3 \times 4} + \frac{7}{3 \times 4 \times 5} + \dots + \frac{2n+1}{n(n+1)(n+2)}$$

اولاً:  $S_n$  را محاسبه کنید .

ثانياً: وقتی که  $n$  به سمت بی نهایت میل کند , حد  $S_n$  چقدر است ؟