

مثالها

مثال) تساوی‌های زیر را ثابت کنید.

$$1) \sum_{k=1}^n (a_k \pm b_k) = \sum_{k=1}^n a_k \pm \sum_{k=1}^n b_k$$

$$2) \sum_{k=1}^n ba_k = b \sum_{k=1}^n a_k, \quad (b \in R)$$

$$3) \sum_{k=1}^n b = nb$$

$$4) \sum_{k=1}^{n+1} a_k = \sum_{k=1}^n a_k + a_{n+1}$$

$$5) \sum_{k=1}^n a_k + \sum_{k=n+1}^m a_k = \sum_{k=1}^m a_k, \quad n < m, m, n \in \mathbb{N}$$

$$6) \sum_{i=m}^n a = (n - m + 1)a$$

$$7) \sum_{i=m}^n a_i = \sum_{i=m}^k a_i + \sum_{i=k+1}^n a_i, \quad m \leq k < n, \quad n, k, m \in \mathbb{Z}$$

$$8) \begin{cases} \sum_{i=m}^n a_i = \sum_{i=m-k}^{n-k} a_{i+k} \\ \sum_{i=m}^n a_i = \sum_{i=m+k}^{n+k} a_{i-k} \end{cases}$$

$$9) \sum_{i=m}^n (a_{i+1} - a_i) = a_{n+1} - a_m$$

$$10) \sum_{i=1}^n (a_i - a_{i-1}) = a_n - a_0$$

$$11) \sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$12) \sum_{i=1}^n i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$13) \sum_{i=1}^n i^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

مثال) مقدار سری‌های زیر را محاسبه کنید:

$$14) \sum_{k=1}^{100} 5$$

$$15) \sum_{k=1}^{n+1} k$$

$$16) \sum_{k=1}^{n+1} k(k+1)$$

مثال‌ها

17) $\sum_{k=1}^{n+1} k!$

18) $\sum_{i=10}^{21} a$

19) $\sum_{i=1}^6 (3i-2)$

20) $\sum_{i=1}^7 (i+1)^2$

21) $\sum_{i=2}^5 \frac{i}{i-1}$

22) $\sum_{i=3}^6 \frac{2}{i(i-2)}$

23) $\sum_{i=1}^{20} 3i(i^2+2)$

مثال 24) اگر $\sum_{x=1}^n (4x+1) = 2n$ باشد، آنگاه $\sum_{x=1}^n x$ کدام است؟

مثال 25) نشان دهید $\sum_{k=1}^n (x_k - x_{k-1}) = x_n - x_0$.

مثال 26) اگر $\sum_{k=1}^n (ax_k + b) = L$ باشد، حاصل $\sum_{k=1}^n x_k$ چیست؟

مثال 27) ثابت کنید $\sum_{k=1}^n [a + (k-1)d] = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$.

مثال 28) عبارت $\frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{4 \times 7} + \dots + \frac{1}{1001 \times 2001}$ را به صورت \sum بنویسید.

مثال 29) حاصل عبارت $A = 2 \times 3 + 3 \times 5 + 4 \times 7 + \dots + (n+1)(2n+1)$ را محاسبه کنید.

مثال) دنباله $\{a_n\}$ با رابطه بازگشتی زیر تعریف شده است و $a_1 = a_2 = 1$ و $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$ می باشد، حاصل عبارتهای زیر را بر حسب جمله هایی از دنباله محاسبه کنید.

30) $\sum_{k=1}^n a_k = a_1 + a_2 + \dots + a_n$

31) $\sum_{k=1}^n a_{2k} = a_2 + a_4 + \dots + a_{2n}$