

مثالها

**مثال 3)** معادله درجه دومی تشکیل می‌دهیم که هر یک از ریشه‌های آن، مکعب ریشه‌های معادله درجه دوم زیر باشد:

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (1)$$

**مثال 4)** می‌خواهیم عبارت زیر را به صورت ضرب عاملها تجزیه کنیم:

$$f(x, y) = 3x^4 - 4x^3y - 9x^2y^2 - 4xy^3 + 3y^4 \quad (1)$$

بعد از عملهایی به نتیجه زیر رسیده ایم:

$$f(x, y) = (x^2 - 3xy + 2y^2)(3x^2 + 5xy + 3y^2) \quad (2)$$

آیا این جواب درست است؟

**مثال 5)** آیا می‌توانید، بدون حل، جوابی از دستگاه

$$\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 4 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

را پیدا کنید؟

**مثال 6)** دستگاه دو معادله دو مجهولی

$$\begin{cases} 4\sqrt[3]{x} + 4\sqrt[3]{2y} = 5 \\ \frac{1}{\sqrt[6]{x}} + \frac{1}{\sqrt[6]{2y}} = 3 \end{cases}$$

داده شده است. می‌دانیم یکی از جوابهای دستگاه، عبارت است از:

$$x = \frac{1}{64}, y = \frac{1}{2}$$

آیا می‌توانید جواب دیگری از دستگاه را بنویسید؟

**مثال 7)** در دستگاه دو معادله دو مجهولی

$$\begin{cases} x^3 - y^3 = 9 \\ x^4 + y^4 = 17 \end{cases}$$

یکی از جوابها عبارت است از:  $x = 2, y = -1$ . جواب دیگری از دستگاه را

بنویسید.

**مثال 8)** این عبارت نسبت به چه حرفهایی متقارن است؟

$$abc^2 + a^2b^2c - 3abc + 5\sqrt{abc}(\sqrt{ab} + \sqrt{c})$$

مثالها

**مثال 9)** معادله درجه دوم داده شده است: (I)  $x^2 - (m+1)x + m = 0$

(a) مقدار  $m$  را در معادله (I) طوری پیدا کنید که:

الف. یکی از ریشه های آن، دو برابر ریشه دیگر باشد.

ب. مجموع عکس مجذورهای ریشه های آن، برابر  $\frac{5}{4}$  شود.

پ. مجموع توانهای سوم ریشه ها، برابر 28 باشد.

**مثال 10)** عبارت  $x^3 + xy^2 + x^2y + y^3$  بر  $x+y$  بخش پذیر است (به ازای  $y = -x$  برابر صفر می شود؛ آزمایش کنید).

بدون عمل معمول تجزیه یک عبارت و بدون تقسیم این عبارت بر  $x+y$ ، چگونه می توانید آن را تجزیه کنید:

**مثال 11)** ثابت کنید، اگر عبارت متقارن  $f(x, y)$  بر  $x-y$  بخش پذیر باشد، بر  $(x-y)^2$  بخش پذیر است.

**مثال 12)** این برابری زیر معادله است یا اتحاد:

$$(x+y+2)(xy+2x+2y) - 2xy = (x+y)(x+2)(y+1)$$

**مثال 13)** در مثلث غیر مشخص  $ABC$ ، طول ضلعهای روبه رو به راسهای  $C, B, A$  را به ترتیب  $c, b, a$  می نامیم. اگر  $AM$  میانه

وارد بر ضلع  $BC$  باشد، آیا این برابری می تواند درست باشد؟

$$(I) |AM|^2 = c(b - a \cos B) + \frac{a^2}{4}$$

**مثال 14)** معادله درجه دوم  $x^2 - 10x - 27 = 0$  داده شده است.

معادله درجه دوم دیگری تشکیل دهید که ریشه های آن، کعب ریشه های معادله درجه دوم مفروض باشند.