

مثالها

مثال) حاصل عبارات زیر را پیدا کنید.

1) $\tan^{-1}\left(\tan\frac{5\pi}{4}\right)$

2) $\sin^{-1}\left(\tan\frac{3\pi}{4}\right)$

مثال) صحت تساوی های زیر را تحقیق کنید.

3) $\sin\left[2\text{Arc sin}\frac{\sqrt{2}}{2}-3\text{Arc tan}(-1)+\text{Arc cos}\left(-\frac{1}{2}\right)+2\text{Arc tan}(-\sqrt{3})\right]=-\frac{\sqrt{2}}{2}$

4) $\text{Arc tan}\frac{1}{2}+\text{Arc tan}\frac{1}{3}=\frac{\pi}{4}$

5) $\text{Arc tan } 2 + \text{Arc tan } 3 = \frac{3\pi}{4}$

6) $3\text{Arc tan}\frac{1}{2}+2\text{Arc tan}\frac{1}{3}=\text{Arc tan}(-2)+\pi$

7) $\sin\left[\text{Arc cos}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)+\text{Arc cot } g(\sqrt{3}-2)\right]=-\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

8) $\text{Arc cot } gx + \text{Arc cot } g(-x) = \pi$

9) $\cos\left[2\text{Arc sin}\left(\frac{1}{3}\right)\right]=\frac{7}{9}$

10) $\sin\left[\text{Arc cos}\left(-\frac{3}{5}\right)\right]=\frac{4}{5}$

11) $\tan\left(\frac{1}{2}\text{Arc cos } x\right)=\pm\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$

12) $2\cos^2\left(\frac{1}{2}\text{Arc cos } x\right)=1+x$

13) $\sin\left(2\text{Arc cos}\frac{3}{5}\right)=\frac{24}{25}$

14) $\sin\left[\text{Arc cot } g \tan(\text{Arc cos } x)\right]=|x|$

15) $\cot g\left(2\text{Arc tan}\frac{x}{2}\right)=\frac{4-x^2}{4x}$

16) $\text{Arc cot } g\left[\cot g\left(-\frac{\pi}{10}\right)\right]=\frac{9\pi}{10}$

17) $\text{Arc tan}\frac{1}{2}+\text{Arc tan}\frac{1}{7}=\text{Arc tan}\frac{9}{13}$

18) $\text{Arc cos}\frac{1}{5}+\text{Arc cos}\left(-\frac{1}{5}\right)=\pi$

19) $\text{Arc sin}\frac{\sqrt{2}}{2}+\text{Arc tan}\frac{\sqrt{2}}{2}=\text{Arc tan}(\sqrt{2}+1)^2$

20) $2\text{Arc tan}\frac{1}{2}+\text{Arc tan}\frac{1}{3}=\text{Arc tan } 3$

21) $\text{Arc cot } gm = \pi + \text{Arc tan}\frac{1}{m}, m \in \mathbb{R}^-$

مثالها

$$22) \tan \left[\text{Arc tan } x + \text{Arc tan } \frac{1}{x} \right] = \infty$$

$$23) \sin(3 \text{Arc sin } \frac{1}{3}) = \frac{23}{27}$$

$$24) \sin(2 \text{Arc sin } x) = 2x\sqrt{1-x^2}$$

$$25) \cos(2 \text{Arc cos } x) = 2x^2 - 1$$

$$26) \cos(2 \text{Arc sin } x) = 1 - 2x^2$$

$$27) \text{Arc sin } \frac{12}{13} + \text{Arc sin } \frac{3}{5} = \text{Arc cos } \frac{-16}{65}$$

$$28) \text{Arc sin } x + \text{Arc sin } y = \text{Arc cos}(\sqrt{1-x^2}\sqrt{1-y^2} - xy) \quad 0 \leq x, y \leq 1$$

$$29) \text{Arc sin } x - \text{Arc sin } y = \text{Arc sin}(x\sqrt{1-y^2} - y\sqrt{1-x^2})$$

$$30) \text{Arc cos } \frac{3}{5} - \text{Arc cos } \frac{24}{25} = \text{Arc sin } \frac{75}{125}$$

$$31) \cos \left[\frac{1}{2} \text{Arc cos} \left(-\frac{1}{10} \right) \right] = \sqrt{\frac{9}{20}}$$

$$32) \cot(\text{Arc tan } x) = \frac{1}{x}$$

$$33) \text{Arc tan}(\tan \frac{\pi}{7}) = \frac{\pi}{7}$$

$$34) \text{Arc tan}(\tan \frac{5\pi}{6}) = -\frac{\pi}{6}$$

$$35) \text{Arc tan}(\tan \frac{20\pi}{7}) = -\frac{\pi}{7}$$

$$36) \cos(\text{Arc tan } \frac{1}{2}) = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$37) \tan^2 \left(\frac{1}{2} \text{Arc cos } \frac{x}{2} \right) = \frac{2-x}{2+x}$$

$$38) \text{Arc tan } \frac{1}{3} - \text{Arc cot } g \frac{1}{2} = -\frac{\pi}{4}$$

$$39) \cot g (2 \text{Arc tan } \frac{1}{2}) = \frac{3}{4}$$

مثال 40) به ازاء چه مقادیری از x رابطه $\text{Arc cot } g \frac{1}{x} = \text{Arc tan } x$ صحیح است؟

مثال 41) از معادله $\text{Arc cos } x - \text{Arc sin } x = \frac{\pi}{6}$ مقدار x را بدست آورید.

مثال 42) از معادله $\text{Arc cot } gx - \text{Arc tan } x = \frac{\pi}{3}$ مقدار x را بدست آورید.

مثال 43) اگر $y = \frac{\pi}{6} - \text{Arc tan } x$ باشد، حدود y را بدست آورید.

مثال‌ها

مثال 44) جواب معادله $\tan(\text{Arc tan } x) = 5$ را بدست آورید.

مثال 45) مقدار $\frac{12}{13} \text{Arc cos}$ را بر حسب Arc sin بدست آورید.

مثال 46) ثابت کنید اگر $u = \text{Arc cot } g \sqrt{\cos \alpha} - \text{Arc tan } \sqrt{\cos \alpha}$ باشد، آنگاه $\sin u = \tan^2 \frac{\alpha}{2}$.

مثال 47) اگر تابع f از $R \times R$ به صورت $f(x) = \frac{\text{Arc tan } \frac{x}{2} + \text{Arc tan } \frac{x}{3}}{\text{Arc cot } g \frac{x}{2} + \text{Arc cot } g \frac{x}{3}}$ تعریف شده باشد، ثابت کنید $f(1) = \frac{1}{3}$.

مثال 48) درستی اتحاد $\text{Arc sin } \frac{24}{25} + \text{Arc cos } \frac{3}{5} + \text{Arc tan } \frac{12}{5} + \text{Arc cot } g \frac{15}{8} = \text{Arc sin}(\frac{-744}{1105})$ را ثابت کنید.

مثال 49) جواب معادله $\text{Arc sin } \frac{2x}{1+x^2} + \text{Arc cos } \frac{1-x^2}{1+x^2} + \text{Arc tan } \frac{2x}{1-x^2} = \frac{3\pi}{2}$ را بدست آورید.

مثال 50) اگر $\text{Arc tan } x + \text{Arc tan } y + \text{Arc tan } z = \pi$ باشد، ثابت کنید $x + y + z = xyz$.

مثال 51) اگر $xy + yz + xz = 1$ ، $\text{Arc tan } x + \text{Arc tan } y + \text{Arc tan } z = \frac{\pi}{2}$ باشد ثابت کنید.

مثال 52) جواب معادله $\text{Arc tan } x = \sqrt{3}$ را بدست آورید.

مثال 53) اگر $\text{Arc cos}(\sin x) = \sin a$ باشد، ثابت کنید $x + \sin a = \frac{\pi}{2}$ است.

مثال 54) منحنی نمایش $\text{Arc tan } x + \text{Arc tan } y = \frac{\pi}{4}$ چیست؟

مثال 55) جوابهای معادله $\text{Arc sin}(\cos x) = \frac{\pi}{3}$ را در فاصله $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ به دست آورید.

مثال 56) جوابهای معادله $\tan(\text{Arc tan } 3x + \text{Arc tan } 2x) = 6x$ را بدست آورید.

مثال 57) اگر $a = 2 \text{Arc tan } t$ باشد، آنگاه $\sin a$ را بدست آورید.

مثالها

مثال 58) معادله $\text{Arc cos}(1-2t^2) = 2\text{Arc sin } t^2$ دارای چند جواب است؟

مثال 59) معادله $(2x^2 - 3x + 1) + \text{Arc cos}(x^3 - 3x + 3) = 0$ چند ریشه حقیقی دارد؟

مثال 60) اگر $\tan(\text{Arc cot } g x) = 3x$ باشد x را بدست آورید.

مثال) تساویهای زیر را ثابت کنید:

61) $\sin(\text{Arc cos } x) = \cos(\text{Arc sin } x) = \sqrt{1-x^2} \quad ; \quad |x| \leq 1$

62) $\tan(\text{Arc cot } g x) = \cot g(\text{Arc tan } x) = \frac{1}{x} \quad ; \quad x \neq 0$

63) $\text{Arc tan } x + \text{Arc cot } g x = \frac{\pi}{2} \quad ; \quad x \in R$

64) $\text{Arc sin } x = \text{Arc cos } \sqrt{1-x^2} \quad ; \quad 0 \leq x \leq 1$

65) $\text{Arc cos } x = \text{Arc sin } \sqrt{1-x^2} \quad ; \quad 0 \leq x \leq 1$

66) $\text{Arc tan } x = \text{Arc cot } g \frac{1}{x} \quad ; \quad x > 0$

67) $\text{Arc cot } g x = \text{Arc tan } \frac{1}{x} \quad ; \quad x > 0$

68) $\text{Arc tan } x = \text{Arc sin } \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \quad ; \quad -1 < x < 1$

69) $\text{Arc sin } x = \text{Arc tan } \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \quad ; \quad -1 < x < 1$

70) $\text{Arc cos } x = \text{Arc cot } g \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \quad ; \quad -1 < x < 1$

71) $\text{Arc cot } g x = \text{Arc cos } \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \quad ; \quad -1 < x < 1$

72) $\text{Arc tan } x + \text{Arc tan } y = \text{Arc tan } \frac{x+y}{1-xy} + k\pi \quad ; \quad \text{if } \begin{cases} k=0 & ; \quad xy < 1 \\ k=1 & ; \quad x > 0, xy > 1 \\ k=-1 & ; \quad x < 0, xy > 1 \end{cases}$

مثالها

مثال 73 ثابت کنید

$$\text{Arc tan } x + \text{Arc tan } \frac{1}{x} = \begin{cases} \frac{\pi}{2} & ; x > 0 \\ -\frac{\pi}{2} & ; x < 0 \end{cases}$$

مثال 74 حاصل $y = \text{Arc tan } 9 + \text{Arc tan } \frac{5}{4}$ را بدست آورید.