

مثالها

مثال ثابت کنید در هر مثلث قائم الزاویه، روابط زیر برقرار است $(\hat{A} = 90^\circ)$

$$1) \cos(B-C) = \frac{2bc}{a^2}$$

$$2) \sin^2 B - \sin^2 C = \frac{b^2 - c^2}{a^2}$$

$$3) \sin^2 B + \sin^2 C = \sin^2 A$$

$$4) \tan 2B = \frac{2bc}{c^2 - b^2}$$

$$5) \sin(B-C) = 1 - 2\left(\frac{c}{a}\right)^2$$

$$6) \tan \frac{B}{2} = \frac{b}{a+c}$$

$$7) \frac{\cos B + \cos C + \cos \frac{B+C}{2}}{\sin B + \sin C + \sin \frac{B+C}{2}} = 1, \hat{A} = 90^\circ$$

$$8) \frac{1 + \cos 2C}{\sin 2B} = \cot C, \hat{A} = 90^\circ$$

$$9) \frac{\sin 2B}{1 + \cos 2C} = \frac{c}{b}$$

$$10) c^2 + a^2 \sin(B-C) = b^2$$

$$11) \sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = 4 \sin A \cdot \sin B \cdot \sin C$$

$$12) \sin A + \sin B + \sin C = 4 \cos \frac{A}{2} \cdot \cos \frac{B}{2} \cdot \cos \frac{C}{2}$$

$$13) 2a^2 \cos^2 \frac{B-C}{2} = (b+c)^2, \hat{A} = 90^\circ$$

مثال 14) در مثلث قائم الزاویه به راس A کدامیک از موارد زیر درست است؟

$$a^3 = b^3 + c^3 \quad (2)$$

(4) هیچکدام

$$b^2 = a^2 + c^2 \quad (1)$$

$$a^3 > b^3 + c^3 \quad (3)$$

مثال 15) اگر α و β و γ زوایای مثلثی باشند، نامساوی $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 \geq \frac{\pi^2}{3}$ را ثابت کنید.

مثال‌ها

مثال 16) در مثلث قائم الزاویه ABC اگر c وتر مثلث باشد، نامساوی $(a+b) \leq c\sqrt{2}$ را ثابت کنید.

مثال 17) اگر در مثلث ABC رابطه $\cos \theta (\sin B + \sin C) = \sin A$ برقرار باشد، ثابت کنید $\tan^2 \frac{\theta}{2} = \tan \frac{B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2}$

مثال 18) در مثلث قائم الزاویه ABC ($\angle A = 90^\circ$) نیمساز A را رسم کرده ایم تا وتر BC را در D قطع کند، ثابت کنید:

$$CD = BD \tan B$$

مثال 19) در دایره ای به مرکز O دو قطر عمود بر هم AA' و BB' را رسم می کنیم، وتر AD قطر BB' را در نقطه C بین O و B قطع می کند، مطلوبست تعیین زاویه $\angle DAA' = x$ به طوری که $(OA = R)$

1) $CO = DC$

2) $CD = DA'$

مثال 20) دایره ای به مرکز O و به شعاع R مفروض است، از نقطه A خارج دایره به فاصله $OA = 2R$ قاطع ABC را رسم می کنیم و وسط وتر BC را نقطه H می نامیم، $\angle OAB = x$ را طوری تعیین کنید که مساحت مستطیل به ابعاد AH و OH مساوی m برابر مساحت مربعی به ضلع BH باشد.

مثال 21) ربع دایره OAB به شعاع $R=1$ مفروض است از نقطه M واقع بر محیط این ربع دایره، مماس به دایره رسم می کنیم تا امتدادهای OA و OB را در C و D قطع نماید. به فرض اینکه $\angle MOA = x$ باشد، x را چنان تعیین کنید که $OC + OD = 2\sqrt{6}$ باشد.

مثال 22) در دایره ای به شعاع R ، $\angle AOB = 120^\circ$ مفروض است. از نقطه اختیاری m مماسی بر آن رسم می کنیم تا امتدادهای OA و OB را در E و F قطع کند، $\angle AOM = x$ را چنان تعیین کنید که $EF = (3 + \sqrt{3})R$.

مثال 23) زاویه قائم xoy مفروض است، روی ox طولهای $OA=1$ ، $OB=\sqrt{2}+1$ را جدا می کنیم، نقطه ای مانند C روی y ها بیابید به طوری که $\angle ABC = 2\angle ACB$ شود.