

مثالها

مثال 1) در مثلث ABC اگر $BC = a = 5(\sqrt{6} + \sqrt{2})$ و $\hat{A} = 75^\circ$ و $\hat{B} = 60^\circ$ باشد زاویه \hat{C} و ضلعهای AB و AC و شعاع دایره محیطی را حساب کنید.

مثال 2) در مثلث ABC داریم: $\hat{B} = 120^\circ$, $AB = \sqrt{3} - 1$, $AC = \sqrt{6}$, زاویه های A و C و ضلع BC و شعاع دایره محیطی مثلث را حساب کنید.

مثال 3) در مثلث ABC , $R = 2$ و $AC = 2\sqrt{3}$ و $AB = 2\sqrt{2}$ است زاویه های A, B, C را حساب کنید.

مثال 4) در مثلث ABC اگر $\hat{A} = 75^\circ$, $AC = 10\sqrt{2}$, $R = \frac{10\sqrt{2}}{3}$ باشد، مطلوبست محاسبه \hat{B} , \hat{C} , AB , BC .

مثال 5) در چهار ضلعی $AOBM$, $\hat{A} = \hat{B} = \frac{\pi}{6}$, $\hat{A}OB = \frac{\pi}{2}$, $AO = 1$, $BO = \frac{2}{\sqrt{3}}$ می باشد، مطلوب است محاسبه AB, OM, BM, AM .

مثال 6) در مثلثی $\hat{B} = 60^\circ$, $c + b\sqrt{2} = 2a$ است. اولاً گوشه های \hat{A}, \hat{C} را حساب کنید. ثانیاً با فرض $AB = 10\sqrt{2}$ طول دو ضلع دیگر مثلث را حساب کنید.

مثال) ثابت کنید در هر مثلث رابطه های زیر برقرار است:

$$7) \left(\frac{b}{c} + \frac{c}{b}\right) \cos A + \left(\frac{a}{c} + \frac{c}{a}\right) \cos B + \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right) \cos C = 3$$

$$8) a \cdot \sin A + b \cdot \sin B + c \cdot \sin C = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{2R}$$

$$9) \frac{b-c}{a} \cdot \cos \frac{A}{2} = \sin \frac{B-C}{2}$$

$$10) \frac{b^2 - c^2}{a^2} = \frac{\sin(B-C)}{\sin A}$$

$$11) \frac{b^2 - c^2}{a} = b \cos C - c \cos B$$

$$12) \tan B = \frac{b \sin C}{a - b \cos C}$$

$$13) \frac{b - 2a \cos C}{a \sin C} = \cot g A - \cot g C$$

مثالها

$$14) \frac{\cos B}{\cos C} = \frac{c - b \cos A}{b - c \cos A}$$

$$15) \frac{1 + \cos(A - B) \cdot \cos C}{1 + \cos(A - C) \cdot \cos B} = \frac{a^2 + b^2}{a^2 + c^2}$$

$$16) (b^2 - c^2) \cot g A + (c^2 - a^2) \cot g B + (a^2 - b^2) \cot g C = 0$$

$$17) a^2 \cdot \cos 2B + b^2 \cdot \cos 2A = a^2 + b^2 - 4ab \sin A \cdot \sin B$$

$$18) b \cdot \left(\tan \frac{A}{2} + \tan \frac{B}{2} \right) + c \cdot \left(\tan \frac{A}{2} + \tan \frac{C}{2} \right) = 4R$$

$$19) (b + c) \tan \frac{A}{2} = 2R(\cos B + \cos C)$$

$$20) \frac{b - c}{b + c} = \tan \frac{B - C}{2} \cdot \tan \frac{A}{2}$$

مثال 21) هرگاه در مثلثی $B - C = \frac{\pi}{2}$ باشد، ثابت کنید $b = 2R \cos C$.

مثال 22) در مثلثی $b + c = 2a$ است، ثابت کنید $3 \tan \frac{B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2} = 1$.

مثال 23) اگر نقطه P در داخل مثلث ABC طوری باشد که $\angle PAB = \angle PBC = \angle PCA = \alpha$ ثابت کنید:

$$\cot g \alpha = \cot g A + \cot g B + \cot g C$$

مثال 24) ثابت کنید اگر در مثلثی $\cos A + \cos B = 4 \sin^2 \frac{C}{2}$ آنگاه اضلاع تشکیل تصاعد عددی می دهند.

مثال 25) در مثلثی رابطه $b + c = 2a$ مفروض است نتیجه بگیرید:

$$1) \cot g \frac{B}{2} \cdot \cot g \frac{C}{2} = 3$$

$$2) 4(1 - \cos B)(1 - \cos C) = \cos B + \cos C$$

مثال 26) در مثلثی $b - c = k$ و زاویه A و ضلع a مقدارهای معلوم هستند مثلث را حل و بحث کنید.

مثالها

مثال 27) در مثلثی $b + c = k$ و a معلوم است می دانیم $B = 2C$ ، مثلث را حل و بحث کنید.

مثال 28) در مثلثی $a = \sqrt{3}(b - c)$ و $A = 60^\circ$ زاویه های B و C را تعیین کنید.

مثال 29) در مثلثی $R = 12$ و $\tan B \cdot \tan C = 1$ ، اندازه ضلع a را به دست آورید.

مثال 30) با معلومات $A = \frac{\pi}{3}$ ، $b = \sqrt{3}a$ چند مثلث مشخص می شود؟

مثال 31) در مثلثی $B = 2C$ و $\frac{b}{c} \tan \frac{C}{2} = k \frac{b-c}{b+c} \cot g \frac{A}{2}$ زوایای مثلث را تعیین نموده و بحث کنید.

مثال 32) در مثلثی رابطه $b \tan \frac{B}{2} + c \tan \frac{C}{2} = 2R$ مفروض است:

$$(1) \quad \cos B + \cos C = 1 \quad \text{نتیجه بگیرید}$$

(2) به فرض معلوم بودن A با استفاده از رابطه (1) زوایای B و C را تعیین کنید و بحث نمائید.

مثال 33) در مثلثی $\hat{A} = 120$ و رابطه $\frac{b-c}{2R} = k \cdot \cos \frac{B-C}{2}$ مفروض است زوایای B و C را تعیین نموده و بحث کنید.

مثال 34) در مثلثی $B = 7C$ و رابطه $\frac{b-c}{b+c} = m \cdot \tan \frac{B-C}{2}$ برقرار است روی رابطه بیان شده بحث کنید.

مثال) نوع مثلثی را تعیین کنید که در آن روابط زیر برقرار باشد.

35) $\sin A + \cos A = \sin B + \cos B$

36) $\sin^2 A + \sin^2 B = \sin^2 C$

37) $a \cdot \tan A + b \cdot \tan B = (a + b) \tan \frac{A+B}{2}$

38) $\cot g \frac{C}{2} = \frac{a+b}{c}$

39) $a = 2b \cos C$

40) $a^2 \cot g \frac{A}{2} = 2bc \sin A$

41) $\frac{b+c}{a} = \cos B + \cos C$

42) $\frac{b^2}{\tan B} + \frac{c^2}{\tan C} = 2bc \sin A$

مثال‌ها

43) $(a^2 + b^2) \sin(A - B) = (a^2 - b^2) \sin(A + B)$

44) $b = 2a \cos C$

45) $\frac{a - 2c \cos B}{b - 2c \cos A} = 1$

46) $a \cdot \cos A + b \cdot \cos B = \frac{abc}{2R^2}$

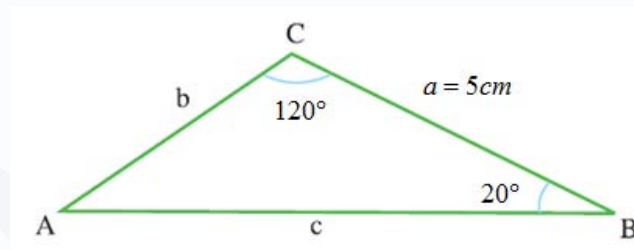
47) $\frac{b}{c} \cdot \cot g B + \frac{c}{b} \cdot \cot g C = 2 \sin A$

48) $\sin A \cdot \sin B \cdot \sin C + \cos B \cdot \cos C = 1$

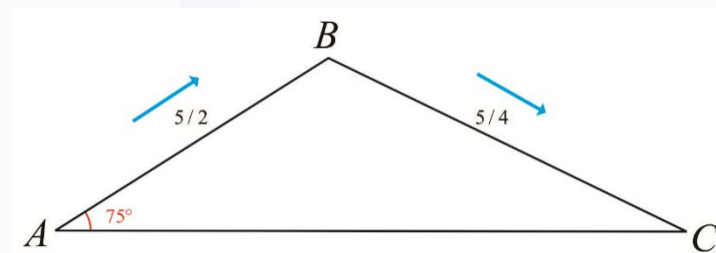
مثال 49) نقطه P روی ضلع AB طوری است که $\frac{AP}{BP} = \frac{m}{n}$ ، $\angle CPB = \theta$ ، ثابت کنید:

$$(m + n) \cot g \theta = n \cot g A - m \cot g B$$

مثال 50) در شکل مقابل b, c را به دست آورید.



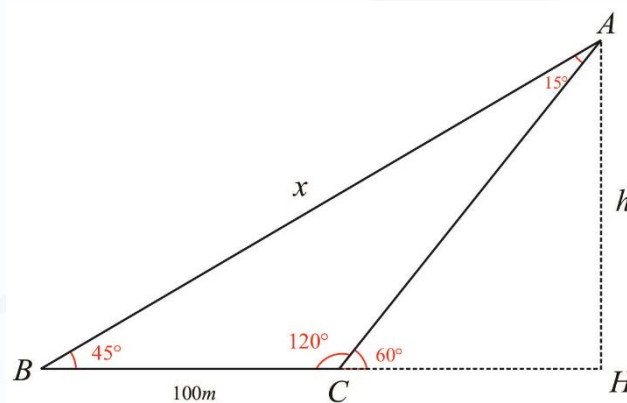
مثال 51) سُرُسره های یک پارک را در نظر بگیرید که نردبانی به طول $5/2$ متر جهت بالا رفتن دارد. اگر طول سُرُسره $5/4$ متر باشد و نردبان زاویه 75° درجه با زمین بسازد، سینوس زاویه ای که سُرُسره با زمین می سازد را حساب کنید.



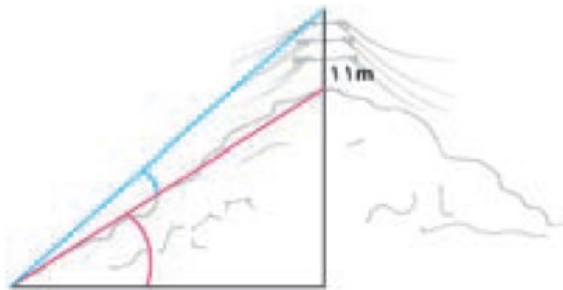
مثالها

مثال 52) شخصی نزدیک آنتن یک ایستگاه رادیویی ایستاده است.

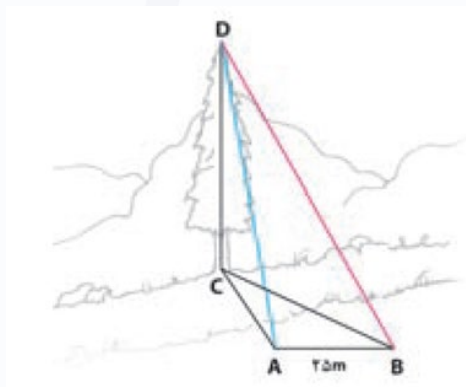
زاویه دید شخص با نوک آنتن 60° است. اگر او 100 متر عقب برود زاویه ای که نوک آنتن در موقعیت جدید می سازد 45° است. ارتفاع آنتن را حساب کنید.



مثال 53) آنتنی به طول 11 متر را روی تپه ای در نظر بگیرید به گونه ای که انتهای آنتن با سطح تپه زاویه ای $5^\circ / 1$ مطابق با شکل می سازد، اگر زاویه ای که ابتدای آنتن با سطح افقی زمین می سازد 25° باشد، ارتفاع تپه را حساب کنید.



مثال 54) رضا می خواهد درختی را که در سمت دیگر رودخانه است اندازه بگیرد. او روبروی درخت در نقطه ای A ایستاده است. زاویه دید رضا با نوک درخت حدودا 60° است. او به اندازه 125° برمی گردد و بعد از طی 25 متر به نقطه ای B می رسد. زاویه ای بین مسیر AB و خط BC (پای درخت است) 45° می باشد. ارتفاع درخت را حساب کنید.



مثالها

مثال 55) محمد و جواد در فاصله‌ی 3 کیلومتری از یک دیگر، راکتی که از یک پایگاه موشکی پرتاب شده است را مشاهده می‌کنند. اگر موقعیت محمد به جواد شمال به جنوب باشد به گونه‌ای که محمد راکت را به طرف غرب مشاهده می‌کند که با موقعیت او 65° زاویه دارد و جواد راکت را به طرف غرب مشاهده می‌کند که با موقعیت او 75° درجه زاویه دارد. فاصله‌ی هریک از آنها تا راکت چه قدر است؟