

مثالها

**مثال** درستی اتحادهای زیر را بررسی کنید .

$$1) \frac{1 - \sin^3 x - \cos^3 x}{\sin x + \cos x + 2} = (1 - \sin x)(1 - \cos x)$$

$$2) \frac{\cos^3 x - \sin^3 x}{1 + \sin x \cos x} = \cos x - \sin x$$

$$3) \sqrt{1 + 2 \sin x \sqrt{1 - \sin^2 x}} = |\sin x - \cos x| \quad ; \quad \pi < x < \frac{3\pi}{2}$$

$$4) \sqrt{1 - 2 \sqrt{\sin^2 \theta (1 - \sin^2 \theta)}} = -\sin \theta + \cos \theta \quad , \quad 0 < \theta < \frac{\pi}{4}$$

$$5) \sqrt{\frac{1 + \sin \theta}{1 - \sin \theta}} = |\sec \theta + \tan \theta|$$

$$6) \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} + \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha} = \frac{2}{\sin \alpha}$$

$$7) \frac{2(1 - \sin^3 x - \cos^3 x)}{\sin x + \cos x + 2} = (1 - \sin x - \cos x)^2$$

**مثال 8)** از تساوی  $\sin \theta + \csc \theta = 2$  ،  $\cos \theta$  را بدست آورید .

**مثال 9)** بیشترین و کمترین مقدار هر یک از عبارات زیر را بدست آورید .

الف)  $A = 5 - 3 \sin x$

ب)  $B = 3 + 7 \cos x$

**مثال 10)** اگر  $\cos \alpha = \frac{5}{13}$  و  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$  باشد مقدار کسر  $\frac{2 \sin \alpha - 3 \cos \alpha}{4 \sin \alpha - 9 \cos \alpha}$  را حساب کنید .

مثالها

**مثال 11** اگر  $\frac{\sin B}{\sin A} = \sqrt{2}$  و  $\frac{\tan B}{\tan A} = \sqrt{3}$  باشد زوایای حاده  $B, A$  را بدست آورید .

**مثال 12** انتهای کمان  $\alpha$  در چه ناحیه دایره مثلثاتی واقع باشد تا معادله  $(2 \sin \alpha - 1)x^2 - 4x + 4 \sin \alpha + 2 = 0$  ریشه حقیقی داشته باشد؟

**مثال 13** با شرط  $P = (1 + \cos \alpha)(1 + \cos \beta)(1 + \cos \gamma) = (1 - \cos \alpha)(1 - \cos \beta)(1 - \cos \gamma)$  ثابت کنید  $P = |\sin \alpha \sin \beta \sin \gamma|$  است .

**مثال 14** اگر  $\sin x \cos x = -\frac{1}{4}$  باشد، آنگاه مقدار  $\sin x + \cos x$  را بدست آورید .

**مثال 15** اگر  $\frac{\sin x \cos x}{\sin x + \cos x - 1} \equiv a \sin x + b \cos x + c$  باشد و  $\left(x \neq 2k\pi, 2k\pi + \frac{\pi}{2}\right)$  ثابت کنید  $a = b = c = \frac{1}{2}$  است .

**مثال 16** اگر  $\frac{f(x)}{\cos x} + \frac{f(x)}{\sin x} = 2$  باشد، آنگاه  $f\left(\frac{\pi}{4}\right) + f\left(-\frac{\pi}{4}\right)$  را محاسبه کنید .

**مثال 17** با فرض  $4^{\sin^2 \theta} - 4^{\cos^2 \theta} = \sqrt{2}$  ، مقدار  $4^{\sin^2 \theta}$  را بدست آورید .

**مثال 18**  $a$  و  $b$  را چنان تعیین کنید که رابطه  $(a + b \sin x - b \cos x)^2 = 2(1 - \sin x)(1 + \cos x)$  همواره برقرار باشد .

**مثال 19** انتهای کمانهای زیر را به ازاء مقدارهای مختلف  $k$  تعیین کنید .  $x = k\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6}$

**مثال 20** ثابت کنید به ازاء جمیع مقادیر  $a$  گزاره  $\cos x = \frac{2a}{1+a^2}$  درست است.  $(a \in \mathbb{R})$

**مثال 21** اگر  $\frac{\pi}{6} \leq x < \frac{3\pi}{4}$  باشد ، مقدار  $b$  را چنان تعیین کنید که گزاره  $\sin x = 1 - 2b$  درست باشد.  $(b \in \mathbb{R})$

**مثال 22** اگر  $\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{p}$  و  $(p \in \mathbb{N})$  انتهای کمان  $\alpha$  در کدام ناحیه دایره مثلثاتی واقع است ؟

مثالها

مثال 23) اگر  $\sin A - \cos A = 0$  باشد، مقدار  $\frac{1}{\sin A}$  را بدست آورید .

مثال 24) ثابت کنید مجموع مربعات  $\sin \theta + \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$  و  $\cos \theta - \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$  برابر 2 است .

مثال) در هر یک از دستگاههای زیر یک رابطه مستقل از  $x$  بین  $a, b$  (پارامترها) بیابید .

$$25) \begin{cases} a \cos \theta + b \sin \theta = c \\ a' \cos \theta + b' \sin \theta = c' \end{cases}$$

مثال 26) از دستگاه  $\begin{cases} a \sin x + b \cos x = 2c \\ b \sin x - a \cos x = c \end{cases}$  رابطه  $a^2 + b^2 = 5c^2$  را ثابت کنید .