

مثالها

**مثال 1)** نسبت‌های مثلثاتی زاویه  $15^\circ$  را محاسبه کنید.

**مثال 2)** فرض کنید  $\tan \alpha = \frac{3}{4}$  و  $\tan \beta = \frac{5}{12}$  و  $\alpha$  و  $\beta$  حاده باشند، عبارتهای زیر را محاسبه کنید.

$$\sin(\alpha + \beta) \quad \text{و} \quad \cos(\alpha + \beta) \quad \text{و} \quad \tan(\alpha + \beta)$$

**مثال 3)** فرض کنید  $\sin \alpha = \frac{4}{5}$  و  $\sin \beta = \frac{15}{17}$  و  $\alpha$  حاده و  $\beta$  منفرجه باشند، عبارتهای زیر را محاسبه کنید.

$$\sin(\alpha + \beta) \quad \text{و} \quad \cos(\alpha + \beta) \quad \text{و} \quad \cot g(\alpha + \beta)$$

**مثال 4)** عبارتهای زیر را ساده کنید.

4)  $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$

5)  $\cos\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4}\right)$

6)  $\tan\left(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{4}\right)$

**مثال 5)** درستی تساوی های زیر را تحقیق کنید .

7)  $\sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = -\cos x$

8)  $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = -\sin \theta$

9)  $\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta) = 2 \sin \alpha \cdot \sin \beta$

10)  $\sin 2x \cdot \cos x - \cos 2x \sin x = \sin x$

11)  $\sin \alpha = 2 \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\alpha}{2}$

12)  $\tan \alpha = \frac{2 \tan \frac{\alpha}{2}}{1 - \tan^2 \frac{\alpha}{2}}$

13)  $\frac{\sin 3x \cdot \cos 2x + \cos 3x \cdot \sin 2x}{\cos 3x \cdot \cos 2x - \sin 3x \cdot \sin 2x} = \tan 5x$

14)  $\frac{\sin 7x \cdot \cos x - \cos 7x \cdot \sin x}{\cos 9x \cdot \cos 3x + \sin 9x \cdot \sin 3x} = \tan 6x$

15)  $\sin(3\alpha - 2\beta) \cdot \cos(\alpha + \beta) + \cos(3\alpha - 2\beta) \cdot \sin(\alpha + \beta) = \sin(4\alpha - \beta)$

مثالها

16)  $\sin(5\alpha + 3\beta) \cdot \cos(\alpha + \beta) - \cos(5\alpha + 3\beta) \cdot \sin(\alpha + \beta) = \sin 2(2\alpha + \beta)$

17)  $\cos(7x - 8y) \cdot \cos(3x + 3y) - \sin(7x + 8y) \cdot \sin(3x + 3y) = \cos 5(2x - y)$

18)  $\cos \frac{3x - y}{2} \cdot \cos \frac{x - 3y}{2} + \sin \frac{3x - y}{2} \cdot \sin \frac{x - 3y}{2} = \cos(x + y)$

19)  $\frac{\tan\left(\frac{\pi}{8} - x\right) + \tan\left(\frac{\pi}{8} + x\right)}{1 - \tan\left(\frac{\pi}{8} - x\right) \cdot \tan\left(\frac{\pi}{8} + x\right)} = 1$

20)  $\frac{\tan\left(\frac{2\pi}{3} + 2x\right) - \tan\left(x + \frac{\pi}{6}\right)}{1 + \tan\left(\frac{2\pi}{3} + 2x\right) \cdot \tan\left(x + \frac{\pi}{6}\right)} = -\cot gx$

21)  $\frac{\cot g 3x \cdot \cot g 2x - 1}{\cot g 2x + \cot g 3x} = \frac{1}{\tan 5x}$

22)  $\frac{\cot g\left(4x + \frac{\pi}{3}\right) \cdot \cot g\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + 1}{\cot g\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - \cot g\left(4x + \frac{\pi}{3}\right)} = \cot g 3x$

23)  $2 \cos(45 + \alpha) \cos(45 - \alpha) = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

24)  $\cos 2\alpha (1 + \tan \alpha \cdot \tan 2\alpha) = 1$

25)  $\cos \alpha + \cos\left(\alpha + \frac{2\pi}{3}\right) + \cos\left(\alpha + \frac{4\pi}{3}\right) = 0$

26)  $(\cos \alpha - \sin \alpha)(\cos 2\alpha - \sin 2\alpha) + \sin 3\alpha = \cos \alpha$

27)  $\frac{\tan(45^\circ - \alpha)}{\tan(45^\circ + \alpha)} = \frac{1 - 2 \sin \alpha \cos \alpha}{1 + 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha}$

28)  $\tan \alpha \cdot \tan 2\alpha \cdot \tan 3\alpha = \tan 3\alpha - \tan 2\alpha - \tan \alpha$

29)  $\tan 17^\circ + \tan 43^\circ + \sqrt{3} \tan 17^\circ \tan 43^\circ = \sqrt{3}$

30)  $\tan 80^\circ + \cot g 35^\circ - \tan 80^\circ \tan 55^\circ = -1$

31)  $\frac{\cos 3a + \sin a \sin 2a}{\sin 3a - \sin 2a \cos a} = \cot ga; a \neq \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$

32)  $\frac{\cos 20^\circ + \sqrt{3} \sin 20^\circ}{\cos 40^\circ} = 2$

مثالها

$$33) \sin 15^\circ = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$$

$$34) \cos 15^\circ = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$$

$$35) \cos 105^\circ = -\left(\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}\right)$$

$$36) \cos 175^\circ \cos 50^\circ - \sin 175^\circ \sin 50^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$37) \frac{\cos(a+b)\cos b + \sin(a+b)\sin b}{\sin(a+b)\cos b - \cos(a+b)\sin b} = \cot ga$$

$$38) 1 + \tan 2x \cdot \tan x = \sec 2x$$

$$39) (\cos \theta - \sin \theta)(\cos 2\theta - \sin 2\theta) + \sin 3\theta = \cos \theta$$

$$40) \frac{\cos 70^\circ \cos 10^\circ + \cos 80^\circ \cos 20^\circ}{\cos 68^\circ \cos 8^\circ + \cos 82^\circ \cos 22^\circ} = 1$$

$$41) 3 \sin 70^\circ + \sqrt{3} \cos 70^\circ = 2\sqrt{3} \cos 10^\circ$$

$$42) \frac{1 + \tan 25^\circ}{1 - \tan 25^\circ} = \tan 70^\circ$$

$$43) \tan \frac{\pi}{12} = 2 - \sqrt{3}$$

$$44) \frac{1 - \tan(17^\circ, 20') \cdot \tan(27^\circ, 40')}{\tan(17^\circ, 20') + \tan(27^\circ, 40')} = 1$$

$$45) \sin(a+b+c) = \sin a \cos b \cos c + \sin b \cos a \cos c + \sin c \cos a \cos b - \sin a \sin b \sin c$$

$$46) \cos(a-b-c) = \cos a \cos b \cos c + \sin a \sin b \cos c + \sin a \sin c \cos b - \sin b \sin c \cos a$$

$$47) \cot g A + \cot g B + \cot g C = \cot g \frac{A}{2} \cdot \cot g \frac{B}{2} \cdot \cot g \frac{C}{2}$$

مثال 48) به فرض اینکه  $\tan(\alpha + \theta) = m \tan(\alpha - \theta)$  باشد، ثابت کنید  $\frac{\sin 2\theta}{\sin 2\alpha} = \frac{m-1}{m+1}$

مثال‌ها

**مثال 49)** بفرض اینکه  $\cos(\alpha - \beta) = p \sin(\alpha + \beta)$  باشد، ثابت کنید  $\tan\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = \frac{p+1}{p-1} \tan\left(\frac{\pi}{4} - \beta\right)$ .

**مثال 50)** اگر  $\cot ga$  و  $\cot gb$  ریشه‌های معادله درجه دوم  $x^2 - 2x - 2 = 0$  باشند،  $\tan(a+b)$  چقدر است؟

**مثال 51)** اگر  $\alpha + \beta = \frac{5\pi}{4}$  باشد، حاصل عبارت  $(1 + \tan \alpha)(1 + \tan \beta)$  را بدست آورید.

**مثال 52)** اگر  $\tan\left(2\alpha + \frac{\beta}{3}\right) = \sqrt{3} + 1$  و  $\tan\left(2\alpha - \frac{\beta}{3}\right) = \sqrt{3} - 1$  باشد،  $\tan\frac{2\beta}{3}$  را بدست آورید.

**مثال 53)** اگر در مثلثی  $B = 45^\circ$  باشد ثابت کنید  $(1 + \cot g A)(1 + \cot g C) = 2$ .

**مثال 54)** در مثلثی  $\sin A = 2 \sin(B - C)$  است، ثابت کنید  $\tan B = 3 \tan C$ .